UFRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

DANIEL DE JESUS SILVA

MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA NA LICENCIATURA: ARTICULANDO HISTÓRIA E TECNOLOGIAS EM COMPONENTES CURRICULARES DE CONTEÚDO MATEMÁTICO

Rio de Janeiro
2021

DANIEL DE JESUS SILVA

MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA NA LICENCIATURA: ARTICULANDO HISTÓRIA E TECNOLOGIAS EM COMPONENTES CURRICULARES DE CONTEÚDO MATEMÁTICO

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro para a obtenção do título de doutor em Educação
Orientador: Prof. Dr Victor Giraldo.

Rio de Janeiro

2021

CIP - Catalogação na Publicação

SS586m SILVA, Daniel de Jesus Matemática Problematizada na Licenciatura: Articulando História e Tecnologias em Componentes Curriculares de Conteúdo Matemático / Daniel de Jesus SILVA. -- Rio de Janeiro, 2021.
185 f.

Orientador: Victor Giraldo. Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Educação, Programa de Pós Graduação em Educação, 2021.

1. matemática problematizada. 2. formação inicial de professores. 3. história da matemática. 4. tecnologias na educação. I. Giraldo, Victor, orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob a responsabilidade de Miguel Romeu Amorim Neto - CRB-7/6283.

DANIEL DE JESUS SILVA

MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA NA LICENCIATURA: ARTICULANDO HISTÓRIA E TECNOLOGIAS EM COMPONENTES CURRICULARES DE CONTEÚDO MATEMÁTICO

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha
Instituto de Matemática da UFRJ

Prof. Drª Andreia Maria Pereira de Oliveira
Faculdade de Educação da UFBA

Prof. Dr. Rodrigo Pereira da Rocha Rosistolato
Faculdade de Educação da UFRJ

Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo
Instituto de Matemática da UFRJ

Prof. Dr. Wellerson Quintaneiro da Silva
Cefet-RJ

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado aprovado para obtenção do título de doutor em Educação.

Prof. Dr. Victor Giraldo Orientador	Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Rio de Janeiro, 2021

Este trabalho é dedicado a:

Naira, minha amada esposa, por todo zelo e amor despendido ao cuidar de mim.

Aos meus amados filhos, Laura e Antônio, por terem me levado a sentir-me realizado e despertar a necessidade de aprender a educar para além da sala de aula.

Aos meus alunes, alunos e alunas, nos quais busco *feedback* sobre minhas práticas profissionais.

AGRADECIMENTOS

A produção desta pesquisa tornou-se possível graças a uma parceria interinstitucional entre a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e a Universidade do Estado da Bahia (UNEB), em prol de promover uma formação de excelência à docentes unebianos, através do projeto Doutorado Interinstitucional (Dinter), UFRJ/UNEB. Neste sentido, agradeço:

À coordenação do PPGE, nas pessoas da profa. Drª. Patrícia Corsino e do Prof. Dr. Rodrigo Pereira da Rocha Rosistolato;

À coordenação local (UNEB), na pessoa da querida profa. Drª Eliana Márcia de Carvalho;

À Capes por fomentar esta pesquisa, financiando bolsa de doutoramento durante os nove meses (em 2018) que estive presencialmente na UFRJ cursando as disciplinas do curso e desenvolvendo o estudo piloto;

A todes, todas e todos colegas do Colegiado de Matemática do DCH-VI, UNEB;

À turma de Licenciatura em Matemática, na qual foi desenvolvido o trabalho empírico. A adesão voluntária de todas e todos foi fundamental para a realização da pesquisa;

Também ao apoio de muitas pessoas que me motivaram, orientaram e colaboraram para que eu pudesse continuar nessa caminhada que, muitas vezes, parecia algo distante. Nesse sentido, agradeço também:

Ao meu orientador Professor Doutor Victor Giraldo, cujas orientações transcenderam a produção desta tese;

À comissão avaliadora, composta pelos professores: Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha, Drª Andreia Maria Pereira de Oliveira, Dr. Rodrigo Pereira da Rocha Rosistolato, Dr. Wellerson Quintaneiro da Silva;

Ao Prof. Dr. Wellerson Quintaneiro da Silva, uma pitada a mais, pelas orientações paralelas em colaboração com Victor Giraldo.

Aos meus queridos e queridas colegas do Dinter, por compartilharmos momentos de aprendizados e descontração ao longo dessa caminhada.

Ao meu amigo, que se mostrou grande parceiro, prof. Dr. Alex Andrade Alves, pelos incentivos, palavras de ânimo e orientações que impulsionaram a produção desta tese.

Não é possível elencar o nome de todos e todas, mas saibam que a vocês, que de forma direta ou indireta contribuíram para que essa tese pudesse acontecer, eu deixo meus sinceros agradecimentos.

Muito obrigado de coração, a todas, todos e todes.

Ensinar não é transferir conhecimento,
mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.
(FREIRE, 1987)

RESUMO

A presente pesquisa visa investigar sentidos sobre a matemática como campo de conhecimento, e como disciplina escolar, bem como sobre a docência como profissão produzidas ou mobilizadas por licenciandas no contexto de uma componente curricular da formação inicial de professores de matemática, estruturada a partir de perspectiva de matemática problematizada. Entendemos matemática problematizada como uma posição epistemológica que considera a categoria problema com único, a priori da matemática, e que se articula com um deslocamento dos lugares do "erro" e da produção de saberes nas práticas docentes em matemática. O contexto empírico da pesquisa é uma componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado da Bahia, em que se procurou promover uma perspectiva de matemática problematizada a partir da integração de história e de tecnologias socialmente situadas. Nossos resultados sugerem que as participantes produziram sentidos para suas futuras práticas docentes fortemente baseados na ressignificação de suas experiências anteriores como estudantes na educação básica e na licenciatura.

Palavras-chave: matemática problematizada; formação inicial de professores; história da matemática; tecnologias na educação

ABSTRACT

This research aims to investigate meanings about mathematics as a field of knowledge, and as a school subject, as well as about teaching as a profession produced or mobilized by undergraduates in the context of a curricular component of the initial training of mathematics teachers, structured from a perspective of problematic math. We understand problematized mathematics as an epistemological position that considers the problem category as unique, a priori of mathematics, and which is articulated with a displacement of the places of “error” and the production of knowledge in mathematics teaching practices. The empirical context of the research is a curricular component of Differential and Integral Calculus in a Licentiate Degree in Mathematics course at a public university in the state of Bahia, which sought to promote a problematized perspective of mathematics from the integration of history and technologies socially located. Our results suggest that the participants produced meanings for their future teaching practices strongly based on the redefinition of their previous experiences as students in basic education and teaching.

Keywords: problematized mathematics; initial teacher training; history of mathematics; technologies in education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CDI2 – Cálculo Diferencial e Integral II

Dinter – Doutorado Interinstitucional

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

IEAT – Instituto de Educação Anísio Teixeira

IC – Investigação de Conceito

PARFOR - Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional

RCA – Ressignificação do Cálculo de Áreas

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

UNEB – Universidade do Estado da Bahia

SUMÁRIO

1 UM OLHAR PARA TRÁS, PASSOS PARA FRENTE: A MATERIALIZAÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO

A formação do professor nunca atinge sua completude. Metaforicamente, comparo a carreira docente com uma viagem aberta, que começa sem destino final. Sendo assim, para aquele que, ao término de um curso de graduação, se propõe a prática de ensinar, é oportuno pensar que nessa profissão a formação é contínua. Neste contexto, há também os programas de formação continuada nos seus vários níveis.

Aqui estou eu, redigindo as palavras iniciais de uma nova proposta de estudo, uma tese. A escrita de um trabalho dessa natureza requer planejamento e organização, abdicar-se de alguns privilégios, exige disciplina para cumprir itinerários; enfim, é um trabalho complexo. Em tais passos introdutórios que expõem o presente estudo, começo situando a forma de escrita e depois apresento o tema central para, posteriormente, evidenciar os demais contornos que problematizam esta pesquisa.

Para a escrita deste texto, sigo a praxe em redigir na primeira pessoa, alternando entre primeira pessoa do singular e primeira pessoa do plural para melhor situar o leitor quanto a fatos de cunho mais ou menos pessoal. Quando forem apresentados fatos preponderantemente viculadas ao autor, como por exemplo, experiências pessoais, empregarei a primeira pessoa do singular. Quando a referência for um consenso e representar outros personagens que enriquecem meus laços nessa trajetória de escrita (por exemplo, uma decisão conjunta entre mim e meu orientador), construirei minha escrita na primeira pessoa do plural. Também é uma opção, neste texto, escrever matemática com letra minúscula, evidenciando que ela nunca aparece hermética e isolada em relação a outros saberes e campos disciplinares. Dessa forma, em concordancia com Fiorentini (2013), admitimos que a matemática pode assumir múltiplos significados, a depender do lugar de análise do sujeito.

Feitas tais ponderações iniciais, passo a apresentar, em linhas gerais, o foco central desta tese, que está nos possíveis desdobramentos de uma abordagem de matemática de uma perspectiva problematizada na construção de saberes docentes na formação inicial dos professores de matemática. Mais especificamente, nossa proposta de abordagem de matemática problematizada é construida por meio do uso da história da matemática e de tecnologias, que entendemos como potenciais elementos estruturantes que foverecem a recriação de um ambiente *problemático*[1] (ROQUE; GIRALDO, 2014) para a investigação de conceitos matemáticos.

Assim, a perspectiva de uso de história no ensino de matemática, com a qual nos alinhamos, não se restringe a reproduzir anedotas visando "motivar" o interesse dos alunos, e sim reinventar o ambiente "problemático" no qual alguns questionamentos conduziram o desenvolvimento de conceitos matemáticos. (ROQUE, 2012; ROQUE; CARVALHO, 2012). Também o sentido de tecnologia empregado neste estudo é amplo: alinhamos à Veraszto et al (2009), ao afirmar que "tecnologia é um conjunto de saberes inerentes ao desenvolvimento e concepção dos instrumentos (artefatos, sistemas, processos e ambientes) criados pelo homem através da história para satisfazer suas necessidades e requerimentos pessoais e coletivos" (p.38). "Poderíamos dizer que a tecnologia abrange um conjunto organizado e sistematizado de diferentes conhecimentos, científicos, empíricos e intuitivos." (p.39). Dessa forma, a tecnologia empregada neste texto inclui desde ambientes com papel e lápis até os digitais (HENRIQUES 2019; BORBA, 2016; MISHRA, KOEHLER, 2006). Intencionamos, assim, provocar um ensino de matemática orientado não pela apresentação de fatos e simples manipulação de técnicas e aparatos, mas pelos processos de produção de saberes, respaldados numa prática de empatia como um compromisso político formativo.

Escolhemos o ensino do conceito de *área* como contexto deste estudo. Essa escolha se justifica, em primeiro lugar, pelo fato de tal conceito permear a disciplina escolar matemática desde os anos iniciais até o ensino médio, e se estender até o ensino superior nas carreiras das áreas de "exatas", sendo uma das ideias estruturantes de componentes curriculares de Cálculo Diferencial e Integral. Entretanto, em geral, nas abordagens de áreas nos cursos de formação inicial de professores no ensino superior, por exemplo em Cálculo Diferencial e Integral, poucas articulações são estabelecidas com o conteúdo de áreas da educação básica. Por outro lado, a diversidade de abordagens, de algoritmos e formas de cálculo de áreas, que perpassa da educação básica até a superior, abre caminhos potenciais para a construção de uma matemática do ensino do conceito de área.

Assim, neste estudo, intencionamos analisar como uma abordagem problematizadora, materializada por meio do uso de história e de tecnologias, pode contribuir para a construção dos saberes de matemática do ensino na formação inicial do professor de matemática, em uma

[1] Como discutiremos detidamente ao longo do texto, a noção de *problemático* que sustenta esse trabalho não se refere a um sentido negativo, ligado a uma falta de conhecimento que deve ser suplantada pelo saber. Refere-se a um contexto composto por problemas, como situação que deve ser resolvido por método, técnica ou ferramenta matemática, que impulsionam a formalização e sistematização da matemática (Roque e Giraldo, 2014).

turma de Cálculo Diferencial e Integral II da Licenciatura em Matemática, com foco nas articulações entre os conceitos de Integral (situado em Cálculo Diferencial e Integral II) e de área (situado no ensino de matemática na educação básica).

O uso da história e de tecnologias, bem como o destaque no conceito de área no componente curricular Cálculo Diferencial e Integral constituem apenas um contexto para discutir a perspectiva problematizadora que propomos para a formação de professores de matemática. Dessa forma, pretendemos caracterizar essa pesquisa, com foco na formação inicial de professores de matemática, por: (1) produção e mobilização de saberes profissionais docentes; (2) efeitos da abordagem problematizada. Neste sentido, embora história, tecnologias e o componente curricular Cálculo Diferencial e Integral não ocupem posições de centralidade na pesquisa, esses elementos desempenham papéis fundamentais nas formas como construímos nossa proposta de abordagem problematizadora e analisamos seus desdobramentos na formação inicial de professores de matemática.

História e tecnologias são elementos estruturantes para materializar a perspectiva problematizada na formação inicial. Já a escolha em desenvolver a proposta em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral está relacionada com o fato de que, embora diversos tópicos (tais como área, funções e variações) estejam presentes tanto nos currículos da educação básica quanto nas ementas usais da disciplina, predomina uma (falsa) ideia de que tal componente curricular não possui relações diretas com a matemática da educação básica. Ademais, considerando a legitimidade do uso da matemática como uma especificidade do fazer do professor de matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, DAVIS; RENERT, 2014, RANGEL, GIRALDO, MACULAN FILHO, 2015), bem como a direção dessa pesquisa para produção de saberes profissionais docentes, não teria sentido em outro contexto de ensino do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral (por exemplo, em cursos de Engenharia), que não seja em formação de professores.

A seguir, promoverei uma análise ao passado, apresentando as experiências que delineiam o objeto desta pesquisa, e também as formas como direcionamos nossa caminhada para os primeiros passos, mapeando trabalhos acadêmicos no catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com a finalidade de situarmos a relevância deste estudo. Por fim, destacamos a estrutura do trabalho em si, apresentando nosso contexto de pesquisa, questões de investigação, procedimentos metodológicos e estrutura da escrita.

1.1 INQUIETUDES E (RE)AÇÕES: A CONSTRUÇÃO DE UM CAMINHO EM PRÁTICAS PROFISSIONAIS

Iniciei minha formação profissional como professor no Instituto de Educação Anísio Teixeira (IEAT), escola onde estudei da 5ª série ao 3º magistério. Após terminar o curso, no ano 2002, passei a lecionar numa turma de alfabetização de uma creche do município de Caetité-BA. No primeiro ano de experiência, junto às criancinhas, resolvi que queria ser professor do curso de licenciatura em matemática na Universidade do Estado da Bahia (UNEB) – Campus VI, situado na mesma cidade. Sendo assim, ingressei no curso em 2003.

Foi na formação inicial, especialmente durante a realização do Estágio Curricular Supervisionado, nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, em que tive os primeiros contatos com aulas exclusivamente de matemática, na condição de estagiário. Nesse contexto, percebi a falta de conexão entre a formação e a prática de sala de aula por meio de uma matemática estabelecida e naturalizada, ensinada de forma cristalizada, pronta e acabada, o que criava nos alunos uma ideia de matemática meramente abstrata e sem muito sentido em suas vidas. Nesse momento surgiram meus primeiros questionamentos sobre a necessidade de utilização de propostas de trabalho consistentes, e de práticas pedagógicas diferenciadas.

Terminado o curso de graduação, no ano de 2008, surgiu a oportunidade de lecionar na educação básica, no Instituto de Educação Anísio Teixeira (IEAT). As dúvidas quanto à metodologia e como fazer para que a teoria e a prática não ficassem separadas começaram a se fazer mais presentes. Ainda nessa fase, realizei minhas primeiras experiências com vistas à mudança, planejando atividades investigativas para os ensinos fundamental e médio. Percebi efeitos positivos tanto no aspecto de aprendizagens de conteúdos matemáticos, como na interação do ambiente de sala de aula, colocando a escola como campo de construção de saberes socialmente referenciados. Eu sempre procurava respaldo nas tendências recentes da Educação Matemática como campo de pesquisa; assim, meu período de docência na educação básica durou até 2010, quando ingressei na docência do ensino superior.

Dessas experiências, nasceu minha inspiração para uma matemática como prática social, que atualmente associo a uma *matemática problematizada* (GIRALDO, 2018, 2019, 2020), tendo como elementos estruturantes a história e tecnologias (ROQUE; GIRALDO, 2014). Relatos de minhas experiências em sala de aula foram compartilhados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática, edições de 2010, 2013, 2016 e 2019. Alguns desses refletiam momentos importantes de minha trajetória profissional como docente da educação básica e, posteriormente, da educação superior – que conduziram aos questionamentos dos quais emergiram as questões de investigação desta tese.

O primeiro relato, intitulado *Estratégia e ação: ressignificando o ensino de matemática* (SILVA, 2010), aborda uma experiência vivenciada numa turma do 8º ano do ensino fundamental (7ª série), quando trabalhava o conteúdo de equações do 1º grau, discutindo a importância dos jogos na vida de crianças e jovens e suas possibilidades de promover um aprendizado significativo quando associados ao estudo de matemática. Naquela época, estava na moda a coleção de figurinhas de personagens do desenho animado YU-GI-OH, que vinham dentro de pacotes de biscoitos que os alunos compravam para lanchar. Na intenção de ter a coleção cada vez maior, aqueles alunos faziam, então, um jogo denominado “bafo”, onde apostavam suas figurinhas repetidas a fim de ganharem novas.

Na minha infância, era comum aquela brincadeira, quando as figurinhas do Rei Leão eram colecionadas pela criançada e elas completavam a coleção nas disputas do bate-bafo. O bater bafo consiste em uma disputa entre dois participantes que escolhem uma superfície plana, na qual cada um coloca uma de suas figurinhas ao avesso sobrepostas. Após tirar a sorte no par ou ímpar, o participante semifecha a mão (num formato de uma concha) e bate (bate o bafo) sobre as figuras no intuito de virar as faces para cima. Esse procedimento é alternado entre os participantes, que ficam de posse da figurinha que conseguir virar.

Fissurados pela brincadeira, cada pequeno espaço de tempo entre uma aula e outra, quando ocorria a troca dos professores de sala, era o momento para os alunos jogarem. A minha chegada os chateava, pois era sempre, como diziam, no “meio da brincadeira”. No entanto, permitir que terminassem a partida nem sempre era o suficiente, dada a euforia com o jogo: era tamanha que, no decorrer da aula, eles se aventuravam a jogar às escondidas. Numa ocasião, quando os flagrei, reagi recolhendo todas as figurinhas, numa postura circunspecta que talvez desconhecessem em mim, e dentre outras ameaças, disse que só as devolveria para os pais ou responsáveis. Ao chegar em casa, peguei aquelas figurinhas e passei a refletir sobre minha ação daquele dia. Reportando ao passado, percebi a grande ironia, uma vez que também fazia aquela brincadeira. Comecei, então, a associar meus pensamentos à ideia de que, ao invés de recriminar a atitude dos alunos, poderia passar a trabalhar a partir daquele jogo, possibilitando deixar as aulas mais atrativas.

Pensei naquele momento, que ameaçar, inibir ou até mesmo proibir seriam formas de disseminar a ideia de que a matemática e a diversão se excluem mutuamente. Ribeiro comenta que “desde muito pequenas as crianças envolvem-se em atividades com jogos” (RIBEIRO, 2008, p. 18) e destaca que as atividades lúdicas são inerentes ao ser humano, não somente no universo infantil, mas também nas vivências dos adultos; porém, no universo das crianças, atividades lúdicas ocupam um lugar especial. Nessa perspectiva, a inserção dos jogos no contexto escolar apareceu como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino e aprendizagens, por meio da qual, ao mesmo tempo em que se aplica a ideia de aprender de forma lúdica, gerando interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento afetivo e social dos alunos.

Sendo assim, tomei a decisão de construir um novo jogo, que incorporasse a brincadeira do bafo juntamente com o estudo de equações do 1º grau. Pude notar que essa atividade foi muito proveitosa, pois se criou um ambiente onde os alunos puderam discutir e argumentar, estabelecendo conclusões a partir de observações feitas pelo grupo. Isso tornou o espaço sensivelmente democrático à medida que os alunos se percebiam como parte dos próprios processos de ensino e aprendizagens. De forma não inteiramente consciente ou intencional, começava a brotar em minha prática profissional uma matemática como prática social.

A segunda experiência relatada expunha que, atuando como professor no Ensino Superior, passei a vivenciar as mesmas inquietudes que permeavam minha trajetória na educação básica, uma vez que sentia acentuada dificuldade quanto à articulação entre minha formação anterior e a prática de sala de aula. Percebi que minha atuação docente alimentava uma dicotomia entre a matemática universitária e a matemática escolar, campo de atuação dos meus alunos e alunas como professores e professoras em formação. Em síntese, replicava as práticas nas quais fui formado e, dessa forma, surgiram também dúvidas quanto a como orientar os alunos e alunas de licenciatura em relação à sua futura ação docente.

Após refletir sobre o papel e a metodologia do professor de Cálculo Diferencial e Integral do Campus VI da UNEB, realizei a segunda experiência, todavia, sem uma investigação mais criteriosa. A experiência relatada sob o título *Contextualização e ludicidade: novas diretrizes para o ensino de matemática* (SILVA, 2013) consistiu-se no emprego de uma metodologia de ensino respaldada no uso de tecnologias para ensinar o conceito de integral definida para alunos de licenciatura em matemática no programa Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica (PARFOR). Na turma sediada no Departamento de Ciências Humanas, no qual sou lotado, pude refletir sobre as ricas possibilidades apresentadas.

Atuei como professor do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral II na referida turma, o que representou para mim uma oportunidade de crescimento pessoal e profissional bastante significativa, pois serviu como experiência diretiva para minha formação permanente.

Desse modo, no primeiro dia de aula, encontrava-me com a mesma postura em relação às minhas turmas regulares, mas ao sair da sala já repensava imediatamente minha prática pedagógica a fim de tornar as aulas mais satisfatórias. Eram 16 alunos e alunas com experiências profissionais, maduros, todos com idades maiores que a minha, e a maioria com visíveis dificuldades de aprendizagens. Eu não podia simplesmente afirmar que tais dificuldades se deviam a "desinteresse" – como comumente se faz – pois todos aqueles estudantes, já professores atuantes, pareciam bastante interessados. Percebi que o componente curricular Cálculo Diferencial e Integral II já era temida pelos estudantes. A turma se organizou para me fazer um pedido: eles e elas ponderaram que eram professores de matemática em turmas do 1º ao 5º ano, e que queriam que eu ministrasse as aulas de Cálculo Diferencial e Integral II que repercutissem em suas práticas profissionais.

Passei, a partir de então, a me questionar sobre que tipo de metodologias empregar nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral II, de forma a contribuir efetivamente com a formação profissional daqueles professores da educação básica e a desmistificar a ideia de que matemática se resume a "uma disciplina cansativa e difícil de ser aprendida". Minhas reflexões recordaram-me de que "os processos educativos que privilegiam a interação, tanto entre professores e estudantes como entre os próprios estudantes, potencializam o aprendizado" (GRANDO; MARASINI, 2008, p.15). Assim, pude criar junto com a turma um ambiente favorável em que professor e estudantes eram estimulados a espontaneamente apresentar argumentos, estabelecendo conclusões a partir de investigações teóricas e práticas, bem como observações feitas pelo grupo, o que contribuiu para que o estudante se percebesse como protagonista daquele processo de ensino e aprendizagens.

A proposta foi desenvolvida em dois grupos, o que gerou um ambiente dinâmico e cooperativo. Usando tecnologias como cartolina, régua, calculadora, etc., e com a intermediação do professor, criou-se um ambiente favorável, que atualmente classifico como *problemático* (no sentido de ROQUE, 2012), para investigarem e redescobrirem os métodos de integração. Para tal, os estudantes atuaram como investigadores, fizeram revisões bibliográficas e discussões foram fomentadas, tendo como alicerce o conhecimento sobre o conteúdo área, abordados na educação básica.

Nessa proposta, a lógica da abordagem para estudar o conceito de Integral contrariou a que comumente encontramos nos livros textos da graduação, "em que o modo de fazer e de escrever está também muito presente na matemática, que parece ser escrita de trás para a frente" (ROQUE, 2012, p. 30). A partir de um problema sobre necessidade de calcular área de uma região plana não poligonal, era proposta aos estudantes a (re)criação de um algoritmo de cálculo da Integral por meio de aproximação de somas de áreas de figuras planas poligonais, com a intermediação do professor.

Posteriormente, ao refletir sobre essa prática profissional, passei a perceber as tecnologias como elementos que podem favorecer a mobilização de uma matemática do ensino nas disciplinas de conteúdo matemático na formação inicial. Essa percepção se fundamenta em duas suposições: por um lado, as tecnologias empregadas têm papel determinante nas formas como o conhecimento matemático é produzido; por outro, o ensino de matemática deve privilegiar mais esses processos de produção de conhecimento matemático do que a apresentação de fatos e procedimentos prontos – o que hoje identifico como uma perspectiva de *matemática problematizada*.

Essa experiência, junto àquela turma especial, apontou para uma necessidade de melhorar minha própria formação acadêmica – tanto em forma como em conteúdo – e fez-me perceber a importância de uma formação permanente, o que encaminhou-me para a próxima experiência.

Distando 240 km da cidade onde resido, o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Campus de Vitória da Conquista – BA, foi o único programa de pós-graduação em que minhas condições adversas permitiram ingressar, o que ocorreu em 2013. Como discente do PROFMAT, curso que visa atender, especialmente, a professores de matemática em exercício na educação básica de escolas públicas[2], passei a questionar-me de que forma poderia produzir uma pesquisa acadêmica que pudesse contribuir efetivamente com essa etapa de ensino.

A resposta a esse questionamento veio ao cursar, no mestrado, a disciplina Tópicos em História da Matemática, em que pude aprofundar minhas reflexões sobre ricas possibilidades de ensino e de práticas para a formação dos professores de matemática da educação básica, de forma a levá-los também a refletir sobre suas próprias práticas a partir do uso da história da matemática em atividades investigativas. Em especial, passei a refletir sobre o ensino do cálculo de áreas de regiões plana poligonais e não poligonais, sendo também uma preparação para o ensino de Cálculo Integral.

---

[2] Para mais informações veja: https://www.profmat-sbm.org.br/organizacao/apresentacao/

Dessa forma, minha proposta original da atividade sobre área foi reestruturada pelo viés da história da matemática, passando a ser intitulado *Ressignificando o cálculo de áreas*. Procuramos na história os problemas que impulsionaram a descoberta da Integral, seguindo recomendação de Roque (2012, p. 32) de que "o papel da história da matemática pode ser justamente exibir esses problemas, muitas vezes ocultos no modo como os resultados se formalizaram". Os procedimentos metodológicos aplicados na investigação empírica – fazendo uso de discussões históricas embasadas por textos acadêmicos, de investigações com tecnologias de baixo custo (cartolina, régua, calculadora), de explorações de espaços físicos (do jardins da instituição) para aulas práticas, do envolvimento os estudantes na produção de matérias didáticos, etc. – surpreendeu os participantes, como uma maneira diferenciada de abordar o cálculo de áreas, como uma matemática que rompeu com a prática tradicional de seguir o rigor, a lógica de exposição nos livros textos, construindo um ambiente acolhedor e instigante, fazendo com que os participantes se sentissem protagonistas na construção do conhecimento e (re)inventores da Integral.

Para minha satisfação, o protagonismo dos discentes ficou mais evidente, quando alguns apresentaram e publicaram textos relatando a experiência dos seus pontos de vista sobre as aulas e suas atividades desenvolvidas em eventos (regionais e nacionais) de Educação Matemática, e em revista da área de ensino. Somando à análise histórica dos desenvolvimentos que levaram à necessidade de se definir formalmente a construção da Integral de Riemann, associada ao cálculo de áreas, a construção de um ambiente "problemático" pode ajudar a formar uma concepção ampla sobre o tópico de áreas e as diferentes ideias a essas associadas na educação básica.

Desta forma, a investigação empírica do mestrado apontou um novo fenômeno para ser investigado: *como uma abordagem problematizadora da matemática para o ensino do conceito de área pode criar reflexões profissionais sobre as práticas docentes futuras*. Diante dessas experiências vividas, passei a refletir sobre como o uso da história da matemática articulado com tecnologias, proporcionou aulas investigativas tão atrativas e proveitosas que alavancaram discussões e reflexões, tornando possível aos alunos produzir sentidos para conceitos, definições e aplicações, cumprindo assim o objetivo fundamental: as aprendizagens.

No entanto, fazia-se necessário posicionar-me em um lugar teoricamente embasado para melhor entender essas novas inquietações acerca de uma matemática problematizada, e refinar meu olhar sobre o lugar do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral da formação inicial de professores de matemática da educação básica. Observando o currículo do curso de licenciatura em matemática no qual atuo, percebo que faltam aos licenciandos oportunidades para explorar a história da matemática a partir de como as ideias são produzidas (ou procurando fazer o exercício de vivenciar o desenvolvimento dessas ideias de perspectivas internas dos próprios povos que as produziram, incluindo as tecnologias que determinaram essa produção), nem são orientados a respeito das suas possibilidades de uso na educação básica. Nesse currículo, os estudos teóricos e práticos relacionados à história da matemática ficam reservados a uma única disciplina, com carga horária insuficiente para explorações abrangentes da temática, não evidenciando a necessidade de conscientizar o futuro docente para seus usos na educação básica.

Novas experiências, durante o período letivo de 2017, apontaram que a face das vantagens do uso de tecnologias de forma articulada à história da matemática potencializa o ensino, bem como vários fatores, por exemplo, a acessibilidade aos recursos. Em Cálculo Diferencial e Integral III, desenvolvendo estudos sobre funções de duas variáveis, os próprios alunos tiveram a iniciativa de baixar em seus aparelhos celulares o aplicativo GeoGebra. Eles o usavam para verificar o acerto (ou não) das suas respostas aos exercícios propostos no livro texto da disciplina sobre a construção de gráficos. Muitas discussões emergiram, permitindo-me identificar algumas confusões conceituais envolvendo domínio de funções de duas variais com as funções de uma variável (por exemplo, considerar que $F(x, y) = x^2 + x$ deveria ser sempre tratada apenas como função de uma única variável).

Outra experiência relevante foi ao orientar uma estudante de graduação em seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). A princípio, consistia numa revisão bibliográfica, fazendo um levantamento histórico da sistematização e formalização da constante de Euler, por meio dos conceitos de limites e de convergência de séries. Posteriormente, percebemos a oportunidade de envolver uma turma da universidade, desenvolvendo uma atividade orientada do livro *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática* (GIRALDO, 2012, p. 50). A atividade foi desenvolvida tendo a história que foi se "descortinando" na aplicação de um problema sobre aplicação de um capital e o rendimento de juros, e o uso de planilhas eletrônica (Excel), que potencializou o desenvolvimento da atividade.

Ainda em 2017, ingressei no Doutorado Interinstitucional (Dinter), parceria entre a Faculdade de Educação (FE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e a Universidade de Estado da Bahia (UNEB). O Dinter é um programa desenvolvido concomitantemente com as atividades de aulas regulares do docente; neste sentido, sem afastamento para cursar o doutorado, continuo com minhas atividades laborais de ministrar aulas.

Em Cálculo Diferencial e Integral II, com pés mais firmes sobre uma base teórico-metodológica, por ter cursando algumas disciplinas do doutorado, nos Programas de Pós-graduação em Educação (PPGE) e em Ensino de Matemática (PEMAT) da UFRJ, reestruturei o percurso de atividades *Ressignificando o cálculo de áreas* (bem como elaborei outras), em que a história da matemática tinha o papel de elemento problematizador.

A atividade antes era desenvolvida com lápis, papel e borracha, o que consumia tempo, pela própria forma que se dava, bem como por possíveis erros de cálculo. A inserção de computadores nesse contexto potencializou a atividade e otimizou os procedimentos e o tempo. Vale ressaltar que, não se trata aqui de comparar "os procedimentos e o tempo", pois consideramos que o currículo não é, a priori, em relação ao uso de tecnologias. Acreditamos que, quando se pensa no uso de tecnologias no ensino de matemática, não é uma questão pensar em como as tecnologias podem ajudar a ensinar melhor a matemática que ensinamos usualmente, e sim de pensar que matemática(s) pode(m) ser ensinada(s) com o uso de tecnologias variadas.

Tal experiência escrita sob o título, "*Ressignificação do lugar da disciplina Cálculo na licenciatura para favorecer a formação do professor*", em 2019, concorreu e ganhou o prêmio nacional Medalha "Profa. Maria Laura Mouzinho Leite Lopes"[3], concedido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) na categoria 1, que compreende trabalhos de pesquisa e/ou propostas pedagógicas envolvendo a Educação Matemática em instituições públicas e particulares de Educação Superior. Esse prêmio objetiva reconhecer o mérito de professores e licenciandos em Pedagogia e em Matemática, sócios da SBEM, por contribuições com a melhoria da qualidade do ensino e da pesquisa em Educação Matemática.

Essa atividade passou por novos refinamentos sob orientação de pesquisa com vista à produção de dados para a construção desta tese. Por exemplo, as práticas matemáticas extrapolaram os espaços da universidade, e se materializaram em escolas da educação básica. Dessa forma, como trabalho empírico desta tese (descrito no capítulo três), fui agraciado com o prêmio Professor Rubens Murillo Marques[4], que prestigia e divulga experiências formativas por professores dos cursos de licenciaturas, promovido pela Fundação Carlos Chagas, em 2020.

[3]https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/medalha.php

[4]https://www.fcc.org.br/fcc/premios/premio-rubens-murillo-marques

As experiências vividas ao longo de minha formação e prática docente na educação básica e na superior desencadearam a materialização do objeto de estudo e interesse por pesquisar a matemática de uma perspectiva problematizada, por história e tecnologias, a partir de uma investigação sobre o conceito de área pela integral na formação inicial e analisar seus efeitos na formação do professor que ensinará matemática na educação básica.

1.2 O DIRECIONAMENTO DA CAMINHADA: MAPEAMENTO NO CATÁLOGO DE TESE DA CAPES

Fazendo *interlocução* (conforme preferem pontuar as próprias autoras) ao redigir um artigo sobre *Estado do Conhecimento*, Morosini e Fernandes (2014) trazem o depoimento de algumas doutorandas e mestrandas, das quais haviam sido professoras. Uma das pós-graduandas comentou (MOROSINI, FERNANDES, 2014, p.159):

> Talvez vocês concordem comigo que há similaridade entre pesquisar e viajar, pois ambas requerem planejamento e organização prévios, disciplina para dar conta do roteiro pretendido e ao mesmo tempo, é necessária flexibilidade para viver estas experiências. E o que já foi escrito, pesquisado por outros auxilia e encoraja a compreensão da historicidade do tema que nos instiga e por vezes até assombra em noites mal dormidas, de estudo e de uma boa dose necessária de solidão.

Essa fala também expressa minhas impressões sobre a pesquisa, e para que essa viagem tenha êxito, faz-se necessário bem direcionar o caminho. Por outro lado, e de forma não contraditória com todo esse cuidado com planejamento, uma surpreendente viagem é aquele que nos leva a lugares inesperados. E quanto aos outros tantos caminhos já traçados? Às vezes, caminhos se cruzam, às vezes convergem, outras vezes divergem. Por isso a necessidade da busca de informação diretiva, da compreensão da historicidade do tema, visitando aqueles que já trilharam algum caminho. Produzir uma tese é um percurso complexo e requer saber onde pisa. Essa sensação é a do não conhecimento acerca da totalidade de estudos e pesquisas em Educação que apresenta crescimento tanto quantitativo quanto qualitativo, especialmente no que tange à formação de professores de matemática e seu ensino.

Sendo assim, aqui buscamos nos direcionar ao entendimento sobre a temática proposta para ser pesquisada no sentido de ratificar ou mesmo retificar o objeto de estudo, de forma a apresentar sua relevância para o meio científico e para a sociedade. Balisamo-nos numa busca realizada no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, considerando ser uma fonte de referência para a produção científica do país. Ademais "os catálogos se instalam criando condições para que maior número de pesquisadores interessados em temas afins estabeleçam um primeiro contato, recuperem determinado trabalho, possibilitando a circulação e intercâmbio entre a produção construída e aquela a construir"(FERREIRA, 2002, p.261). Essa busca foi organizada em *dois momentos distintos*, a saber: *Primeiro momento*, a realização do rastreamento de teses nos conduziu ao segundo momento; *Segundo momento*, foi realizado o mapeamento de teses selecionadas e uma análise coparativa com nosso estudo.

No *primeiro momento*, interagi com a produção acadêmica através da quantificação e da identificação de dados bibliográficos, com o objetivo de mapear teses de doutorado num período delimitado, dos últimos cinco anos (considerado de relevância na manutenção de produção científica). Para a seleção desses trabalhos, utilizei como descritores as palavras-chave do meu estudo de tese, aqui representadas pelas expressões: matemática problematizada, história da matemática; tecnologias, área pela integral; formação de professores. A busca primária contou com apenas dois fitros de refinamento: doutorado (tipo) e 2015 a 2019 (ano), resultando em 96715 teses distribuidas em nove Grandes Áreas do Conhecimento, conforme quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Quantitativo de Teses, por Grande Área do Conhecimento, que estudaram alguma vertente da temática rasteadra.

GRANDE ÁREA DO CONHECIMENTO	QUANTIDADE DE TESES
Ciências Agrárias	12338
Ciências Biológica	8944
Ciências da Saúde	17999
Ciências exatas e da terra	8874
Ciências humanas	15684
Ciências sociais aplicadas	9419
Engenharia	9917
Linguística, Letras e Artes	5667
Multidiciplinar	8448
Total	**96715**

Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES/ organizado pelos pesquisadores

A plataforma segue a lógica de disjunção inclusiva, fornecendo como resultado da busca o conjunto de todas produções que figuram ao menos um dos descritores inseridos, ou seja, mostra trabalhos que tenham um ou outro descritor dentre os inseridos; por isso, um resultado tão expressivo. A partir desse resultado, comecei um processo de refinamento usando os filtros disponiveis na plataforma de acordo nosso interrese de ratreamento.

Embora nossa pesquisa esteja formalmente vinculada à Área de Educação, que integra a grande área de conhecimento de Ciências Humanas, entedemos que na Área de Ensino (especialmente de Ciências e Matemática) pode haver produções revelantes ao nosso interesse de pesquisa que não deveriam ser ignoradas. Nesse sentido, no campo “Grande Área do Conhecimento”, apliquei o filtro para duas áreas de conhecimentos: Ciências Humanas e Multidiciplinar, que apresentaram respectivamente 15684 e 8448 teses, distribuídas em 38 Áreas, conforme demonstra o quadro 2. Desse rastreamento, pode-se inferir que, dentre essas Áreas, as palavras-chave em estudo se encontram majotariamente concentradas em Educação. Em seguida, aplicamos outro filtro, para selecionarmos teses alocada nas Áreas de conhecimento: Educação, Ensino e Ensino de Ciências e Matemática[5], resultando no total de 6574 teses rasteadras.

Quadro 2: Quantitativo de Teses, por Área do Conhecimento, que estudaram alguma vertente da temática rasteadra dentro das Grandes Áreas do Conhecimento, Ciências Humanas e Multidiciplinar

[5] Com a reorganização das áreas de conhecimento, uma fusão agregou a área Ensino de Ciências e Matemática à área Ensino. Como o nome oficial da área atualmente na CAPES é Ensino, as teses que aparecerem alocadas na área Ensino de Ciências e Matemática provavelmente são anteriores à reorganização das áreas.

GRANDE ÁREA DO CONHECIMENTO			
CIÊNCIAS HUMANAS		MULTIDICIPLINAR	
Área do conhecimento	**Quantidade de teses**	**Área do conhecimento**	**Quantidade de teses**
ANTROPOLOGIA	536	BIOTECNOLOGIA	1748
ARQUEOLOGIA	46	CIÊNCIAS AMBIENTAIS	1150
CIÊNCIA POLÍTICA	506	ENGENHARIA/TECNOLOGIA/ GESTÃO	789
EDUCAÇÃO	5072	ENSINO	344
EDUCAÇÃO DE ADULTOS	67	ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	1158
EDUCAÇÃO ESPECIAL	82	MATERIAIS	619
ENSINO-APRENDIZAGEM	132	MEIO AMBIENTE E GRÁRIAS	250
EPISTEMOLOGIA	39	SAÚDE E BIOLÓGICAS	941
FILOSOFIA	829	SOCIAIS E HUMANIDADES	1449
GEOGRAFIA	1597	**Total**	**8448**
GEOGRAFIA REGIONAL	3		
HISTÓRIA	1862		
HISTÓRIA DO BRASIL	67		
HISTÓRIA LATINO-AMERICANA	48		
OUTRAS SOCIOLOGIAS ESPECÍFICAS	168		
PLANEJAMENTO EDUCACIONAL	122		
POLÍTICA INTERNACIONAL	108		
PSICOBIOLOGIA	44		
PSICOLOGIA	1407		
PSICOLOGIA COGNITIVA	29		
PSICOLOGIA DO DESENVOLVIMENTO HUMANO	43		
PSICOLOGIA DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM	106		
PSICOLOGIA EXPERIMENTAL	78		
PSICOLOGIA SOCIAL	345		
RELAÇÕES INTERNACIONAIS, BILATERAIS E MULTILATERAIS	103		
SOCIOLOGIA	1554		
SOCIOLOGIA DO DESENVOLVIMENTO	79		
TEOLOGIA	332		
TRATAMENTO E PREVENÇÃO PSICOLÓGICA	280		
Total	**15684**		

Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES/ Organizado pelos pesquisadores.

Considerando o número expressivo de produções, selecionei aleatoriamente 25 páginas da plataforma, contendo em cada página 20 referências às produções de tese nas três áreas de conhecimento. Foram rastreadas, assim, 500 (quinhentas) teses que tratavam de temas que figuram pelo menos uma das palavras-chave da nossa pesquisa.

Em função da quantidade de teses rastreadas, procedi a um novo afunilamento com o intuito de delimitar melhor nosso objeto de estudo. Foi necessário, a partir das teses rastreadas, buscar as que se enquadravam nas especifidades da pesquisa pretendida, e desse modo, refinei os critérios de seleção dos trabalhos, fazendo uma leitura minuciosa de seus títulos que, como comenta Ferreira (2002), normalmente "anunciam a informação principal do trabalho ou indicam elementos que caracterizam o seu conteúdo" (p. 261). Aqueles que não se enquadravam em nossa área de investigação foram descartados; com os títulos que se enquadravam, verifiquei convergências ou divergências com nosso objeto de estudo, sendo desses selecionadas 20 produções para o *segundo momento* da minha seleção, o mapeamento.

Ferreira (2002, p. 265) nos alerta que nesse momento "o pesquisador passa a enfrentar dificuldades inúmeras e de diferentes ordens", apontando que, com o material selecionado, realizar a leitura dos resumos. A autora afirma que, ainda assim, "há sempre a sensação de que sua leitura a partir apenas dos resumos não lhe dá a idéia do todo, a idéia do que "verdadeiramente" trata a pesquisa." (FERREIRA, 2002, p. 265). Sendo asssim, parti das teses que possuíam títulos mais próximos do nosso objeto, e li seus resumos com o intuito de identificar mais aprofundadamente as aproximações desses estudos com o nosso.

Dessa leitura selecionei um novo grupo de trabalhos, dos quais fiz a leitura da introdução, com a finalidade de encontrar o contexto da pesquisa e objeto de estudo específico, mais proximamente relacionados com a temática a que nos propomos a pesquisar. Com essa contextualização estabelecida, localizamos oito teses, descritas no quadro 3, a seguir, numeradas por ano de apresentação, seguido de seus respectivos títulos, autores, orientadores e instituições de pesquisa. No quadro 4, logo em seguida, detalharemos as teses selecionadas por meio de seus objetos de estudo, seguindo a ordem de numeração do Quadro 3.

Quadro 3: Teses com Objeto de Pesquisa inter-relacionados com a temática pesquisada neste estudo

Nº	ANO	TÍTULO	AUTOR(A)	ORIENTADOR(A)	INSTITUIÇÃO
01	2016	Grandezas e medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional	José Valério Gomes da Silva	Marlene Alves Dias	Universidade Anhanguera de São Paulo
02	2017	Materiais concreto, história e ensino de matemática:intercesões significativa para a ptica pedagógica	André Pereira Pedroso Rocha Tiradentes	Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa	Unicamp
03	2017	Material para o ensino do cálculo diferencial e integral: referências de Tall, Gueudet e Trouche	Marcio Vieira de Almeida	Sonia Barbosa Camargo Igliori	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

04	2017	A criatividade matemática de John Wallis na obra ArithmeticaInfinitorum: contribuições para o ensino de cálculo diferencial e integral na licenciatura em matemática	Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes	Iran Abreu Mendes	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
05	2017	Interdisciplinaridade, problematização e contextualização: a perspectiva de um grupo de professores em um curso de formação'	Paloma Alinne Alves Rodrigues Ruas	Elio Carlos Ricardo	Universidade de São Paulo
06	2018	O jogo das operações semióticas na aprendizagem da integral definida no cálculo de área	Lucia Menoncini,	MériclesThadeu Moretti	Universidade Federal de Santa Catarina
07	2018	Um Processo Formativo de Professores De Matemática: (re) significação de conhecimentos para o ensino de área e perímetro nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Jacqueline Oliveira de Melo Gomes	Angelica da Fontoura Garcia Silva	Universidade Anhanguera de São Paulo
08	2019	Realidade Aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software	Kayla Rocha Braga	José Messildo Viana Nunes.	Universidade Federal do Pará

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES/Organizado pelos pesquisadores

Quadro 4: Objeto de Estudo das Pesquisas Selecionadas, realizadas entre 2015 a 2019

Nº	OBJETO
01	A tese de José Valério Gomes da Silva define seu objeto de estudo nas **relações institucionais para o ensino e aprendizagem das noções de área e perímetro na formação profissionalizante da construção civil.** De acordo o autor, o trabalho contribui com a aprendizagem dos estudantes e professores, de maneira que esses possam dar um sentido social e profissional para as noções de Área e de Perímetro a partir de tarefas reais, encontradas no mundo das profissões associadas à construção civil e à sociedade. Quanto às ações metodológicas, utilizou a análise documental, o estudo de múltiplos casos e a engenharia didática Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). Ele pontua que algumas exigências escolares não correspondem às práticas profissionais usuais. Além disso, pontua que o PEP, da forma como foi construído, possibilitou

	enriquecer e elaborar os conhecimentos prévios dos estudantes e introduzir novos conhecimentos, tanto do ponto de vista matemático, quanto do ponto de vista técnico num curso de Edificações.
02	A tese de André Pereira Pedroso Rocha Tiradentes representa seu objeto de estudo **na intersecção entre a História da Matemática, a formação dos pedagogos e as suas representações, concepções e usos pedagógicos dos materiais concretos.** O autor aponta que muitos professores da séries iniciais do ensino fundamental defendem o uso de materiais concretos no ensino de matemática, mas falta uma qualificação para sua utilização pedagógica adequada. Ele aponta a história da matemática como um aporte para contribuir com essa questão a partir do processo de formação desses professores.
03	A tese de Marcio Vieira de Almeida declara o seguinte objeto de estudo: **o ensino e aprendizagem de tópicos avançados da matemática**. O autor defende que uma forma de fazer aproximação entre teoria e prática no ensino de Cálculo diferencial e Integral é por meio de elaboração de materiais para o ensino com tal finalidade. Com o computador (Geogebra) produziu sete atividades com as competênicas planejadas para contemplar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, com base em constructos teóricos de David Tall. O autor conclui que, ao incorporar software e teorias da Educação Matemática adequados para elaborar material para o ensino, potencializa a conexão entre teoria e prática e favorece a aprendizagem.
04	A tese de Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes tem como objeto de estudo **a aritmética dos números reais**. Ela mostra que a partir de problemas históricos constrói-se um caminho que converge aos conteúdos de Cálculo e Análise. Busca na história da matemática problemas que deram origem à criação do Cálculo e através da investigação da obra *Arithmetica Infinitorum*, subsídios para exercícios criativos para serem desenvolvidos na componente Cálculo Diferencial e Integral, e em Análise com vista ao desenvolvimento de competências e habilidades para futura prática de professor de matemática em formação inicial.
05	A tese de Paloma Alinne Alves Rodrigues Ruas firma seu objeto de estudo sobre as **concepções sobre o conceito de Problemas, Problematização, Contextualização e Interdisciplinaridade de professores em formação continuada**. Ela apresenta a proposta metodológica, de formação continuada de professores denominada Trabalhando com projetos em sala de aula: construindo uma Ilha Interdisciplinar de Racionalidade para investigar a percepção de um grupo de professores em relação à Interdisciplinaridade, à Problematização e à Contextualização. O projeto contempla os objetivos da Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT). Para situar o leitor no significado de Interdisciplinaridade, problematização e contextualização, no contexto da tese, é promovida uma discussão em uma perspectiva epistemológica a cada um desses termos. Ela aponta que os professores apresentam dificuldades para trabalhar de forma problematizada, contextualizada e interdisciplinar em sala de aula. Por outro lado, constatou-se que o trabalho empírico (desenvolvimento do projeto) propiciou aos professores participantes um novo fazer pedagógico, bem como a construção de novos conhecimentos, uma vez que as ações adotadas por eles para implementar a IIR no contexto escolar, aproximavam-se da discussão teórica abordada na formação.
06	A pesquisa de Lucia Menoncini traz como objeto de estudo a **aprendizagem da integral no cálculo de áreas.** Ela se embasa na teoria dos Registros da Representação Semiótica e, a partir da metodologia da Engenharia Didática, organiza sequências de cinco blocos de atividades para fazer conexões entre conhecimento abstrato e realidade, numa turma de licenciatura em matemática. Para tal, faz uso de computador no ensino (Geogebra) e também aspectos históricos do Teorema Fundamental do Cálculo. Sua análise dos

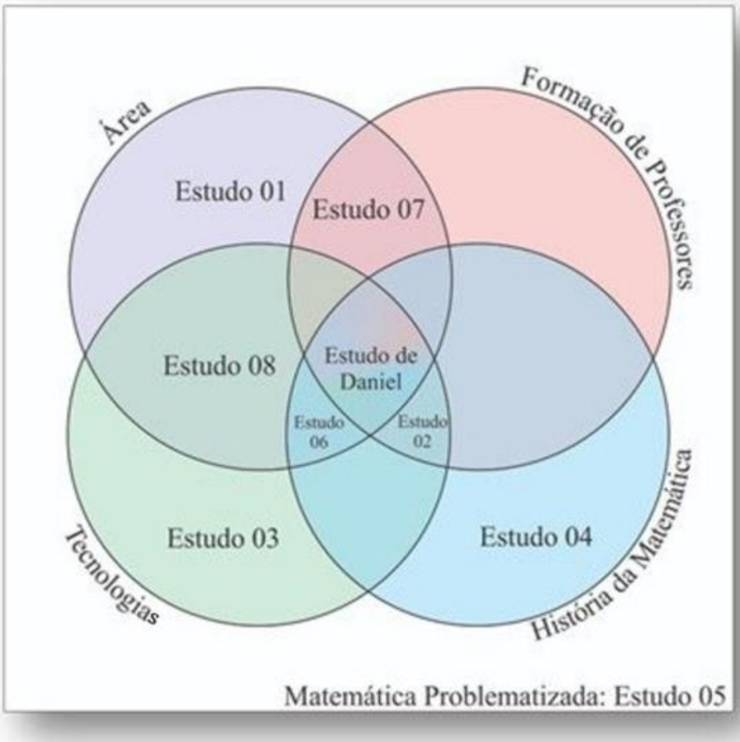
	resultados indica que a sequência didática (do trabalho empírico) posibilita a compreensão da integral no cálculo de área.
07	A pesquisa de Jaqueline Oliveira de Melo Gomes apresenta como objeto de estudo, **o ensino da área e perímetro de figuras planas.** Analisou os conhecimentos necessários para o ensino de área e perímetro no Ensino Fundamental a partir de um curso de formação continuada de professores. Ela esclareceu que dados preliminares apontou dificuldades de compreensão do conceito de superfície, área e perímetro e cálculo de área e perímetro apoiado em malha quadriculada. Com procedimentos metodológicos variados, buscou refletir sobre a temática, e o processo permitiu ampliar estratégias de cálculo de áreas e perímetro, bem com a base de conhecimento para o ensino.
08	A pesquisa de Kayla Rocha Braga traz como objeto de estudo **a relação do aluno com a construção de área**. Ela aponta que há uma defasagem conceitual entre superfície e área, que acompanha os estudantes desde a Educação Básica e propõe uma Organização Didático-Matemática de ensino e aprendizagem de cálculo de área, através da tecnologia Realidade Aumentada em cursos de Engenharias, para a compreensão da noção de área como grandeza. Situa a pesquisa nas Metodologias de Desenvolvimento (ARREDONDO; LLAMAS, 2014), desenvolvida em três fases: concepção teórico-conceitual, concepção teórico-metodológica e concepção e aplicação de uma Organização Didática, que possibilite aos alunos ampliarem seu Equipamento Praxeológico acerca do cálculo de área. Ela concluiu que possibilitou identificar e ampliar o Equipamento Praxeológico (EP) dos alunos em relação ao cálculo de área.

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES/Elaboração dos Pesquisadores

Desse levantamento, pudemos verificar que as teses mapeadas e nosso estudo se cruzam em categorias indentificadas pelas palavras-chave utilizadas na busca pelo catálogo de teses de dissertações da CAPES. Na categoria do objeto matemática, **área**, meu estudo converge com quatro delas, a saber, os estudos 1, 6, 7 e 8. Nessas teses, o conteúdo área se materializa como objeto importante a ser pensado num contexto de ensino e aprendizagens. Na categoria **história da matemática**, há convergência com três teses, os estudos 2, 4 e 6, que utilizam a história ou aspectos históricos como subsídios metodológicos de ensino ou procedimentais. Na categoria **tecnologias**, figuram nas teses 2, 3, 6 e 8, que fazem uso de *materiais concretos* e/ou um software específico para o ensino. A categoria **formação de professores** inclui as tese 2 e 7, respectivamente para a formação inicial do pedagogo e formação continuada do professor de matemática.

A categoria **matemática problematiza** não figurou nenhuma tese. Nesse sentido, captamos a tese 5 para analisar aproximações e/ou distanciamentos com o significado do termo problematização discutido por Ruas (2017). A autora indica que na literatura há uma polissemia no emprego desse termo. No esquema a seguir, usamos um diagrama de Venn para auxiliar a visualizar essa distribuição.

Figura 1:Esquema representativo do nosso estudo em relação aos estudos mapeados



Fonte: Elaborado pelo autor

Faremos uma análise comparativa desses estudos com o nosso a partir da abragência das interseções dessas categorias na seguinte ordem: primeiro, teses que se localizam em apenas uma categoria, depois que se localizam na interseção de apenas duas categorias e, por fim, que se localizam na interseção de apenas três categorias. Vale destacar que, embora as possibilidades de interseções se esgotem em 5 categorias (é o caso do nosso estudo), as teses mapeadas abarcaram até 3 categorias simultaneamente. Procederemos com os estudos enumerados de acordo o Quadro 4.

Nosso estudo tangencia o *estudo 1*, na categoria *área*. No referido estudo, Silva (2016) se preocupou com as relações institucionais para o ensino e aprendizagem das noções de área na formação profissionalizante em Construção Civil. O autor frisa que sua pesquisa deve alcançar cursos superiores, como de Engenharia Civil e cursos técnicos de nível médio, e toma como campo de pesquisa uma turma de curso Técnico em Edificações. Ele pontua que o trabalho contribui com a aprendizagem dos estudantes e professores, de maneira que possam dar um sentido social e profissional para as noções de área a partir de tarefas contextualizadas, encontradas no mundo das profissões associadas à Construção Civil e à sociedade. No entanto, em nosso estudo, focamos na construção do conceito de área na formação profissional do professor de matemática. Acredito que nossa tese poderá contribuir com a aprendizagem dos estudantes, professores em formação inicial, de maneira que também possam dar sentido social e profissional (no caso da nossa proposta, por uma matemática numa perspectiva problematizada) para as noções de área a partir de tarefas teóricas e práticas de forma indissociáveis, com a finalidade de desenvolverem saberes matemáticos do ensino. Ademais, nosso estudo de área articula a noção de Integral, ensinada nos cursos de formação inicial, com a discussão de área na escola básica.

Nosso estudo tangencia o *estudo 3* em *tecnologias* no ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Almeida (2017) defende o uso de softwares atrelados a teorias da Educação Matemática como uma forma de romper com a dicotomia entre teoria e prática no ensino de Cálculo diferencial e Integral e favorecer a aprendizagem. Aponta a elaboração de materiais (sequencias de atividades didáticas) para o ensino, fazendo uso do GeoGebra. Nosso trabalho cruza com a tese em questão nesses aspectos e se distancia em outros, pois utilizamos tecnologias no sentido amplo (de acordo com Veraszto et al, 2009), não nos limitando a softwares (por exemplo, o GeoGebra) para o ensino de Cálculo diferencial e Integral. Ademais, articulamos, como elementos estruturantes, tecnologias com história da matemática por meio da experimentação de tecnologias inspiradas em práticas de diferentes povos em diferentes momentos históricos, não apenas para promover um abordagem problematizada da Integral, mas sobretudo para a formação profissional do professor de matemática.

Na categoria *história da matemática*, tangenciamos o *estudo 4,* que busca na história da matemática problemas que influenciaram a criação do Cálculo, propondo exercícios pouco usuais nas abordagens convencionais do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral com vistas à formação do professor. Em nosso estudo, buscaremos a criação de um ambiente *problemático* pela recriação de problemas cujos resultados se formalizaram em matemática, dentro da componente Cálculo Diferencial e Integral. Porém, no nosso estudo, além da história da matemática, usaremos tecnologias para problematizar o ensino por uma atividade didática de reinvenção da construção formal da Integral, dando protagonismo aos estudantes, com reflexões para suas futuras práticas docentes.

O *estudo 7* traz, em sua essência, duas categorias de interseção com o nosso: o problema matemático *área* e a aspecto de *formação de professores*. No entanto, a tese de Gomes (2018) retrata a formação continuada de professores já em exercício profissional, de modo que nosso estudo investiga a formação inicial na licenciatura. Como a autora, em atividades empíricas, também nos apoiamos em atividades fazendo uso de malhas quadriculadas embora nossa abordagem se dê por meio da Integral no componente curricular Cálculo Diferencial e Integral.

O *estudo 8* traz duas categorias de interseção com o nosso: os aspectos *área* e o uso de *tecnologias*. Para estudar a relação do aluno com a construção de área, Braga (2019) propõe uma metodologia de ensino que se limita ao uso da tecnologia, representada por um software. Em nosso estudo usamos tecnologias em um sentido amplo, abarcando materiais manipulavéis que, com inspiração em práticas históricas, serviram de elementos estruturantes para uma prática de ensino cujos objetivos não se limitam à investigação do conceito de área, mas principalmente às práticas formativas em um curso de licenciatura em matemática.

O *estudo 2* encontra-se na interseção de três categorias: *história da matemática, tecnologias e formação de professores.* Tiradentes (2017) constrói seu objeto de estudo na intersecção entre a história da matemática, a formação dos pedagogos (focalizando a prática de ensino matemática) e os usos pedagógicos dos materiais concretos. O autor direciona seu trabalho para a formação de pedagogos que, dentre outras atribuições profissionais na educação, podem lecionar na educação infantil e nos anos iniciais (do 1º ao 5º ano) do ensino fundamental. Ademais, o foco do autor é nos materiais concretos, que segundo ele podem ganhar sentido pedagógico mais significativo quando entrelaçados com a história da matemática. Nosso estudo tem como foco a formação de professores na licenciatura em matemática para lecionar nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. Incorporamos materiais concretos na categoria de tecnologias, num sentido amplo, que juntamente com a história da matemática serão elementos estruturantes para promover uma matemática problematizada num contexto de ensino e aprendigens da Integral.

O *estudo 6*, de Menoncini (2018), se enquadra em três categorias: *áreas, história da matemática e tecnologoias* e possui maior convergência com o nosso, pois gira em torno do ensino e aprendizagens de área pela Integral em turma de licenciatura em matemática, fazendo uso de tecnologia computacional (GeoGebra), bem como de aspectos históricos do Teorema Fundamental do Cálculo. Porém, nosso estudo, além de se preocupar com os aspectos de ensino e aprendizagens da Integral pela investigação do conceito de área, utiliza história e tecnologias num sentido mais amplo. Além disso, nosso trabalho tem como foco prepoderante a formação de professores para ensinar matemática, e não apenas a aprendizagem do objeto matemático Integral pela investigação de área.

Verifica-se uma carência de produção científica que abarque a história da matemática e tecnologias como elementos estruturantes do estudo de área na formação de professores.

Entendemos nosso estudo como uma contribuição para suprir essa carência, no âmbito da Educação, para que a comunidade acadêmica possa analisar quais entraves estão sendo conferidos, haja vista a relevância de tais discussões.

Com o desenvolvimento desta pesquisa, apresentamos contribuições à área de Educação como campo científico, uma vez que o trabalho pode subsidiar investigações sobre formação de professores e construção de saberes profissionais docentes. No âmbito profissional, esta contribuição pode repercutir também em componentes curriculares introdutórias dos cursos de licenciatura em matemática e/ou em componentes curriculares, como estágio e prática de ensino, que apoiam futuros professores no ensino do conceito de área, bem como subsidiar a prática docente da educação básica na abordagem do referido conceito. Também esperamos contribuir para ressignificar o lugar do Cálculo Diferencial e Integral na licenciatura sob uma perspectiva da formação profissional de futuros professores de Matemática.

A seguir, problematizaremos o objeto deste estudo, fazendo emergir nossa questão de pesquisa e demais estratégias que sustentam a perspectiva dessa investigação.

1.3 ENVEREDANDO PELO CAMINHO: PROBLEMATIZAÇÃO DO TEMA, QUESTÃO DE PESQUISA, PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E ESTRUTURA DA ESCRITA

Ao considerar que aprendizagens são constituídas em processos interativos entre professores e alunos, numa “relação educador-educando” (FREIRE, 1987), para compreensão crítica do meio social e do mundo, é oportuno que o professor esteja munido de estratégias que possibilitem o desenvolvimento de seus alunos como sujeitos ativos, interativos e construtores de conhecimento. Assim, os estudantes, em qualquer etapa de ensino, devem ser inspirados a uma postura orientada à produção de conhecimento, e não apenas à recepção de informações previamente preparadas.

Refinando o olhar sobre meu próprio percurso, como estudante e como professor, vivenciei uma rotina dominante baseada em escutar, copiar, decorar, fazer exercícios mecânicos e provas. Em minha experiência, essa tem sido a rotina da grande maioria dos estudantes na educação básica com matemática, o que também continua na universidade. No que diz respeito à formação de professores, essa abordagem dominante pode resultar na formação de profissionais com dificuldades de responder aos desafios postos por sua atividade profissional e pela sociedade. A replicação de metodologias tradicionalistas pode formar professores apenas replicadores das mesmas práticas, numa perspectiva descrita por Cochran-Smith e Lytle (1999) como conhecimento-na-prática, que parte do princípio que a atuação do professor de matemática pode ser vista como essencialmente prática, ou seja, aprende a ensinar ensinando. Nesse sentido, basta-lhe apenas o domínio do conhecimento matemático, que é o objeto de ensino e aprendizagens.

Nos cursos de formação inicial de professores de matemática, não raro, os estudantes criam forte receio do componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral, pré-concebendo a ideia de ser muito difícil. Porém, uma metodologia de ensino baseada apenas na exposição de conteúdo e resolução de longas listas de exercícios mecânicos recai na abordagem rotineira mencionada no parágrafo anterior. Ademais, essa abordagem contribui para formar professores, que também vão ensinar dessa forma (FIORENTINI, 2005).

Levando essa discussão em consideração, a motivação de nosso trabalho está na busca por formas de construção de saberes de matemática do ensino, a partir do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral, destacando: (1) a discussão explícita sobre relações entre conteúdo do componente curricular e o conteúdo da educação básica; (2) a exploração de metodologias de ensino no componente curricular que possam inspirar práticas que os licenciandos desenvolverão futuramente como professores da educação básica.

Como esclarecem Fiorentini e Oliveira (2013), a centralidade atribuída ao formalismo e rigor matemáticos na exposição de conteúdos matemáticos, nos cursos de licenciatura em matemática, pode se constituir como obstáculos para a futura prática docente à medida que contrasta as formas que o conhecimento matemático é mobilizado nos contextos da escola básica, distanciando os futuros professores de modos próprios que os alunos da educação básica têm de fazer, mobilizar e comunicar matemática. Para os autores, “não se trata de desvalorizar o conhecimento acadêmico nem de reduzi-lo, mas sim, de reconhecer a necessidade de o professor desenvolver um repertório de estratégias e recursos vinculados ao processo de construção escolar do saber matemático” (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 931).

A superação desse quadro exige um contínuo esforço, cujo passo inicial é uma nova compreensão do processo formativo e da prática pedagógica de professores que ensinarão na educação básica e também nos cursos de licenciatura em matemática. Assim, coloca-se em questão o papel político do professor: continuar ensinando como mero reprodutor de conhecimento ou passar a se preocupar com um aprender significativo, cuja motivação esteja entrelaçada com a visão crítica daquilo que se estuda? Dessa forma, seria importante o professor abrir caminhos para uma prática que leve à construção do conhecimento, tanto para o docente como para o discente na educação básica e superior.

Desse modo, percebemos a falta de conexão entre o conteúdo matemático apresentado e a formação profissional, o que pode gerar nos professores uma ideia de matemática meramente abstrata em relação aos contextos em que é mobilizada, desconectada da produção de saberes e das práticas na escola básica. Tal dicotomia entre a matemática acadêmica e a escola foram apontadas por Klein (1908) há mais de cem anos e figuram em pesquisas referentes à formação de professores (SHULMAN, 1986, COCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999, 2009; BALL; THAMES; PHELPS, 2008, MOREIRA, FERREIRA, 2013; GIRALDO et al, 2018; OLIVEIRA, FIORENTINI, 2018).

Atualmente, ao se pensar uma aproximação entre esses dois espaços, considerando que a finalidade é ensinar na educação básica – para que se forma, inicialmente, o professor de matemática – cabe (re)pensar o lugar do componente curricular específico de matemática. Por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral em uma licenciatura em matemática tem contínua importância para concebermos uma matemática numa perspectiva problematizada. De acordo com Moreira e Ferreira (2013), à medida que se compreende melhor o conhecimento da área para a formação docente como um conhecimento plural, envolvendo as especificidades para a matemática escolar, "também as questões específicas do ensino e da aprendizagem dessa disciplina na educação básica, entre outros elementos, novas questões surgem na caracterização do lugar do conhecimento matemático na licenciatura" (MOREIRA; FERREIRA, 2013, p. 1001).

Considerando que *a história da matemática e suas tecnologias* está no centro dos processos de produção de conhecimento matemático, entendemos que a articulação entre elas pode constituir um eixo estruturante para a produção e mobilização de saberes profissionais docentes na formação inicial de professores de matemática, que privilegie uma visão de *matemática de uma perspectiva problematizada*. Dessa perspectiva, entende-se a matemática a partir de seus processos de produção, e não como um corpo estático e pronto de fatos e de conhecimentos. Referimo-nos tanto aos processos históricos de produção de conhecimento que, em particular levaram à sistematização e formalização da matemática estabelecida hoje, entendidas, portanto, a partir dessa perspectiva como um estado emergente, provisório, social e culturalmente situado; como aos processos de produção de sentidos e de mobilização de saberes nos contextos sociais escolares. Essa perspectiva estabelece contrapontos às concepções: (1) da matemática e do ensino de matemática como *a priori* em relação a suas tecnologias, isto é, como se essas fossem apenas ferramentas para trabalhar ou para ensinar "melhor" uma matemática que já é dada; (2) da matemática estabelecida hoje como produto final de um processo histórico que a conduz, de forma linear e universal, de um estado mais primitivo a um estado mais avançado.

Assim, colocamo-nos o seguinte questionamento: *que espaços devem ocupar a história da matemática e suas tecnologias dentro do lugar da matemática na licenciatura?* Entendendo que os saberes profissionais docentes devem incorporar reflexões sobre história e tecnologias, alinhamo-nos com a perspectiva defendida por diversos autores no campo da Educação Matemática (e.g. MOREIRA, FERREIRA, 2013; ROQUE, GIRALDO, 2014), de que tais saberes perpassem o trabalho em componentes curriculares que já compõem a estrutura curricular das licenciaturas, especialmente aqueles atribuídos, em geral, ao conteúdo matemático “puro”, em lugar de ficarem confinadas em componentes curriculares específicos, como se constituíssem caminhos desconexos que o futuro professor poderá seguir.

Sem desviar o foco da formação inicial do professor, questões referentes ao corpo docente em cursos de licenciaturas (matemáticos e educadores matemáticos), e ao trabalho de desenvolvimento profissional do professor de matemática em formação inicial se confluem, gerando outra inquietação: *como é possível trazer para dentro do processo de formação na licenciatura e situar num eventual lugar da matemática nesse processo, os conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral, que afloram reflexões a partir história e tecnologias, para o desenvolvimento formativo dos futuros professores de matemática?*

Pensando nessas questões, acreditamos que exista um ponto de partida potente para romper com certas dicotomias entre academia e escola, que se constituem em desafios, seja como ministrar os componentes curriculares específicos de matemática, como, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, estruturadas em *matemáticas e práticas problematizadas*, proporcionando reflexões e aproximações entre conteúdos específicos e didáticos, bem como entre formação inicial e prática profissional na escola básica. A perspectiva de matemática problematizada se insere em uma prática educativa que não entende a aprendizagem como mera repetição, mas sim como um processo de reinvenção das necessidades e dos processos que impulsionaram, sistematizaram e formalizaram os conteúdos estudados em sala de aula.

Dessa forma, é importante estabelecer conexões, entre a matemática estudada nos cursos de licenciatura e aquela anteriormente estudada na educação básica, bem como entre a matemática dos cursos de formação docente nas universidades e aquela que será praticada pelo futuro professor nas escolas.

Assim, emerge a necessidade de utilizar uma proposta de ensino de matemática, como Cálculo Diferencial e Integral, a partir de uma prática pedagógica diferenciada e articulada com a construção de saberes de matemática do ensino. Nesse sentido, a ideia é romper o paradigma da concepção naturalizada da prática de um professor de Cálculo Diferencial e Integral apenas *para o* ensino, e repensar que, nos cursos de licenciatura, essa prática possa ser também *do* ensino, ou seja, ministrar o componente curricular não apenas por uma abordagem técnico-formal, com fins no conteúdo matemático, mas também numa perspectiva intencional de formação. Uma prática de formação da matemática do ensino que inclua o conhecimento das diferentes concepções tanto da matemática científica quanto da escolar.

De acordo Cochran-Smith e Lytle (1999), entendemos o *conhecimento para o ensino* referenciado na matemática escolar, como um conhecimento "de fora para dentro" e *conhecimento do ensino* como da própria prática, ou seja, um conhecimento em que a teoria é indissociável da prática.

Nesse contexto, como desenvolver uma prática de ensino que prioriza uma metodologia respaldada em problematizações, em que o estudante possa ser protagonista na construção do seu conhecimento, contrapondo as práticas de transmissão de conhecimento na ideia de um sujeito central, o professor, que deposita o que sabe no aluno que "não sabe"? Qual deve ser o lugar do componente curricular específico de matemática, como Cálculo Diferencial e Integral, na licenciatura em matemática? Assim, surgiram também dúvidas quanto a como orientar os alunos da licenciatura em relação à sua futura ação docente, de forma a construir saberes de matemática do ensino.

Assim, como questão central de pesquisa propomos: *que sentidos sobre a matemática como campo de conhecimento e como disciplina escolar, bem como sobre a docência como profissão, podem ser produzidos ou mobilizados no contexto de uma proposta de abordagem numa perspectiva de matemática problematizada, estruturada pela articulação entre história e tecnologias, em uma disciplina de conteúdo matemático na formação inicial de professores de matemática?*

Definida a questão de pesquisa, é preciso traçar procedimentos metodológicos que se alinhem com as ideias expostas, de modo que esse caminho abarque as complexidades de um trabalho dessa natureza. Neste momento, traçaremos um panorama do percurso metodológico, que estarão descritos de forma detalhada no terceiro capítulo.

Uma classificação da pesquisa "não pode ser tomada como absolutamente rígida, visto que algumas pesquisas, em função de suas características, não se enquadram facilmente num ou noutro modelo" (GIL, 2009, p. 44). Assim sendo, não nos tornaremos "reféns dos modismos que assolam o campo acadêmico" (BRANDÃO, 2008, p. 608), nos desgastando em fazer escolhas, entre referências teórico-metodológicas em disputa, para optar por aquelas mais adequadas a questão sob investigação, como se houvesse oposição entre as técnicas quantitativas e qualitativas.

Partindo de pesquisas que propõem uma matemática para o ensino construída de forma conjunta por professores e pesquisadores em torno de um conceito (DAVIS; RENERT, 2009; 2014; GIRALDO; RANGEL; QUINTANEIRO; MATOS, 2017), faremos um estudo empírico, que partirá da interação do pesquisador com os sujeitos. Inspirados nas premissas que sustentam o *concept study* de Brent Davis e seus colaboradores, mediante adaptações para a formação inicial docente, recorreremos às premissas do saber docente defendido por esses autores para desenhar uma metodologia de ensino a partir de uma atividade didática intitulada "*Ressignificando do cálculo de áreas"*, com o propósito de produzir dados para produção de sentidos para o conceito de área numa perspectiva problematizada da matemática do ensino.

Em nosso desenho metodológico, a produção de dados constitui-se com a combinação do emprego de algumas técnicas: narrativas escritas, quatro perguntas disparadoras para investigação do conceito de área, portfólio, questionário e uma roda de conversa. No percurso metodológico, realizamos duas experiências empíricas com turmas do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral em cursos de Licenciatura em Matemática: o primeiro, de caráter exploratório na UFRJ (para auxiliar o pesquisador a avaliar os instrumentos de pesquisa desenhados); e segundo, principal, na Universidade do Estado da Bahia – UNEB em Caetité.

Considerando que as discussões deste primeiro capítulo são em caráter introdutório, apresentaremos a estrutura da tese para os próximos capítulos. No capítulo seguinte, traremos a fundamentação teórica da pesquisa, estruturada em dois eixos: (1) a formação de professores e saberes profissionais docentes (em particular, saberes de matemática do ensino), tomando-se por base Tardif (2002, 2013), Nóvoa (1991, 2017, 2019),Cochran-Smith e Lytle, (1999, 2009), Romanowski (2007), Moreira e Ferreira (2013), Fiorentini (2005), Oliveira e Fiorentini (2018), dentre outros; (2) a perspectiva de uma matemática problematizada, destacando história e tecnologias como possibilidades estruturantes de materializar uma matemática do ensino, fundamentando-se em Miguel e Miorim (2019), Araman e Batista (2013, 2017), Saito (2016), Roque (2012), Giraldo e Roque (2021), que discutem o uso da História da Matemática no ensino; de modo que importa destacar a relevância das tecnologias, fundamentadas em Giraldo et al (2012), Borba, Silva e Gadanidis (2016), Misha e Koehler (2006, 2009, 2013), dentre outros.

No terceiro capítulo, serão descritos, de forma detalhada, os procedimentos metodológicos. Apontaremos um desenho de pesquisa que possibilitou nossa produção de dados visando ao encaminhamento e à resposta da questão investigativa. Faremos, primeiramente, um delineamento do estudo fundamentando em Brandão (2008), Cano (2012), dentre outros; em seguida situaremos o Cálculo Diferencial e Integral no contexto da pesquisa. Na sequência, será descrita a estrutura do percurso de atividades *Ressignificando o cálculo de áreas* que afigura, em si, como o trabalho empírico da investigação, apresentando como foi desenvolvido em teste piloto na UFRJ e, posteriormente na UNEB, como estudo principal, relacionado os instrumentos e as etapas de produção de dados. Assim, descreveremos como em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral II, em um curso de formação inicial de professores de matemática, aplicaremos narrativas escritas, perguntas disparadoras, portfólio, questionário e uma roda de conversa para produzir dados de pesquisa no trabalho empírico desenvolvido por uma perspectiva de matemática problematizada na e para formação de professores.

No quarto capítulo, o de análise dos dados, serão apresentados, descritos e interpretados os dados empíricos à luz do aporte teórico explicitado nesta pesquisa. O capítulo está organizado em cinco seções: na primeira, descrevemos em linhas gerais e traçamos algumas reflexões sobre os encontros do componente curricular CDI2, que corresponde ao desenvolvimento das etapas I, II, III e IV do percurso de atividades *RCA.* As quatro subseções que se seguem correspondem, respectivamente, às dimensões de análise, a saber: (1) Perspectivas de matemática não problematizada nas experiências discentes; (2) Reflexões sobre o ensino de matemática; (3) Reflexões sobre a matemática e sua produção; (4) Reflexões sobre futuras práticas docentes na educação básica.

Por fim, apresento a parte intitulada Considerações (In)Conclusivas, retomando a pergunta central desta pesquisa a fim de sintetizar as compreensões e tecer algumas ponderações que construímos ao longo desta pesquisa. Além disso, enfatizamos algumas limitações, desdobramentos e sugestões para a realização de futuros trabalhos. Como de praxe, também compõem a estrutura dessa tese as referências bibliográficas e os anexos (relacionados à atividade empírica).

2 PAVIMENTAÇÃO QUE FUNDAMENTA TEORICAMENTE O CAMINHO: DA FORMAÇÃO PROFISSIONAL DOCENTE AOS ELEMENTOS ESTRUTURANTES DE UMA MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA DO ENSINO

Considerando as intencionalidades deste trabalho, o mesmo se respalda num referencial que se compõe basicamente em dois eixos, que se articulam mutuamente: (1) a formação de professores e saberes profissionais docentes (em particular, saberes de matemática do ensino); e (2) a perspectiva de uma matemática problematizada, destacando história e tecnologias como possibilidades estruturantes de materializar uma matemática do ensino.

Com respeito ao primeiro eixo, tomamos por base autores (das áreas de Educação e Educação Matemática) que ponderam, nos contextos brasileiro e internacional, concepções e propostas de formação de professores e suas relações com a especificidade de saberes e práticas docentes, tais como Tardif (2002, 2013), Nóvoa (1991, 2017, 2019),Cochran-Smith e Lytle, (1999, 2009), Romanowski (2007), Moreira e Ferreira (2013), Fiorentini e Oliveira (2018), dentre outros.

No que tange ao segundo eixo, destacam-se os trabalhos de Miguel e Miorim (2019), Araman e Batista (2013, 2017), Silva (2010), Roque (2012), Giraldo e Roque (2021), que discutem o uso da História da Matemática no ensino, ao mesmo tempo em que a relevância das tecnologias são fundamentadas em Giraldo et al (2012), Borba (2016), Misha e Koehler (2006, 2009, 2013), dentre outros. Esses autores acentuam a importância da inserção e do uso previamente planejados de tecnologias nos contextos do ensino de matemática, destacando a importância da formação de professores. Por fim, discutimos possibilidades de articulação entre história e tecnologias, com base em Roque e Giraldo (2014), Saito (2016), Saito e Dias (2013) como elementos potencializadores para a construção de um ambiente de formação de professores sustentado em uma perspectiva de matemática problematizada.

2.1 A FORMAÇÃO PROFISSIONAL DOCENTE E SABERES DE MATEMÁTICA DO ENSINO

A literatura de pesquisa no campo da Educação tem defendido, nas últimas décadas, a afirmação da docência na escola básica como uma *profissão*, para além de um *ofício*, de forma a distinguir o professor que leciona em instituições formais de ensino de outros atores que atuam como educadores, como pais, lideranças sociais, dentre outros que exercem papéis de comunicar, compartilhar ou difundir algum tipo de conhecimento.

Como afirma Nóvoa (2019), “há cerca de 150 anos, consolidou-se e difundiu-se em todo o mundo um modelo de escola que, apesar de muitas críticas, resistiu bem até aos nossos dias.” (p. 2). A sua argumentação é tal que já nem sequer conseguimos imaginar outras formas de educar. O autor destaca que esse espaço ocupado pela escola substituiu outros, até mesmo o próprio lar, como lugar de socialização e de formação. As funções da escola foram ampliadas, segundo Romanowski (2007) pela Revolução Industrial (séc. XVIII), ao fomentar a necessidade de instruções básicas na formação de pessoas para atuar como operários das fábricas e na urbanização. O ensino formalizado passou a ser uma demanda da população, o que fez aumentar a necessidade de maior número de professores. Romanowski (2007) destaca que, no Brasil, a partir 1808, com a vinda da família real portuguesa, iniciou-se a instalação dos primeiros cursos superiores. Começaram, então, as preocupações com a *formação dos professores*.

Romanowski (2007) afirma que, diante do processo de profissionalização docente, "saberes e práticas [...] são construções que tem uma historicidade nas lutas dos professores, no enfrentamento dos problemas da sala de aula" (p. 37). Essas reflexões, respaldadas pela pesquisa recente em Educação e em Educação Matemática, remetem-nos a pensar como a formação de professores é um problema complexo, epistemológica e politicamente, considerando-se a diversidade de contextos culturais em que essa se situa (e.g. COCHRAN-SMITH et al, 2012; NÓVOA, 2017; GIRALDO, et al, 2017).

Contribuições de Shulman (1986) sobre a natureza e a especificidade dos saberes docentes efervesceram discussões em meados da década de 1980, alicerçando a construção de um arcabouço teórico para a formação de professores, servindo de referência para diversos outros autores que se seguiram, inclusive em Educação Matemática. *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* é uma das categorias do repertório de Shulman (1986), que envolvem mais diretamente o saber disciplinar específico e corresponde aos conhecimentos sobre os aspectos do conteúdo que o fazem compreensível a outros – um amálgama especial entre conteúdo e pedagogia (SHULMAN, 1986), que pode ser descrito como conhecimentos *sobre* o conteúdo *para* o ensino (RANGEL, GIRALDO, MACULAN FILHO, 2015, GIRALDO et al, 2018).

Dessa forma, a teoria de Shulman (1986) favoreceu debates e o firmamento de práticas docentes escolares como produtoras de saber profissional, e reconhece um saber sobre o conteúdo, que é específico de professores.

Entretanto, para Tardif (2013), "como em qualquer profissão, a experiência concreta, respaldadas pelas literaturas recentes de pesquisa em Educação e em Educação do trabalho permanece o cerne do saber ensinar" (p. 557). Tardif e Lessard (2008) caracterizam saberes da experiência como aqueles que emergem das práticas profissionais cotidianas e são por elas validados, incorporam-se à vivência individual e coletiva sob a forma de 'habitus' e de habilidades, de saber fazer e de saber ser. Assim, grande parte dos atributos de um professor é construído pelo contexto das interações com os alunos. Por sua própria natureza, esses saberes, que são desenvolvidos na e a partir da prática de ensinar, são particulares de professores – no caso do professor de matemática, esses saberes constituem um aspecto fundamental que os caracteriza profissionalmente e os distingue de outras profissões e ocupações que usam matemática.

Diversas pesquisas em Educação Matemática também têm reconhecido a existência de saberes de matemática específicos, mobilizados por professores em suas práticas, que se diferenciam daqueles utilizados em outras atividades profissionais (e.g. BALL; THAMES; PHELPS, 2008; DAVIS; RENERT, 2009, 2012; DAVIS; SIMMT, 2006). Em particular, vários autores têm defendido que o saber de matemáticas de professores não pode ser entendido como uma versão enfraquecida ou diluída do saber de matemática de matemáticos profissionais (e.g. DAVIS; RENERT, 2009, 2012; DAVIS; SIMMT, 2006; RANGEL; GIRALDO; MACULAN, 2015).

Especificamente no cenário da pesquisa em formação de professores, alguns autores distinguem os termos *saberes* e *conhecimentos* (e.g. GAMBOA, 2009, 2017; FIORENTINI; CRECCI, 2017). De maneira geral, essa distinção pode se estabelecer por um entendimento de *saberes* como sendo produzidos a partir da prática docente (perspectiva frequentemente sustentada no trabalho de Tardif e seus colaboradores) e de *conhecimentos* como aspectos externos de que o professor necessita se apropriar (perspectiva às vezes associada aos trabalhos de Shulman e de Débora Ball e coautores). Essa discussão envolve também questões de tradução, uma vez que, por exemplo, nas pesquisas produzidas em língua inglesa, como é o caso dos trabalhos de Shulman, ambos os termos correspondem originalmente à palavra *knowledge*. Sobretudo, essa distinção visa a demarcar posicionamentos epistemológicos e políticos com respeito à profissão e a formação docente. Por nos alinhamos à perspectiva de que saberes docentes são dinâmicos e emergentes da própria prática, como defendem Brent Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS; SIMMT, 2006), adotaremos, neste texto, o termo *saber* para nos referirmos ao nosso próprio posicionamento sobre esse aspecto. Quando nos referirmos a traduções de trabalhos originalmente em língua inglesa, em que o termo *knowledge* é usado, empregaremos indistintamente os termos saberes e conhecimentos, sem implicar com isso um julgamento de nossa parte sobre os posicionamentos desses autores. Entretanto, mais do que estabelecer uma diferenciação clara entre os termos “saber” e “conhecimento”, consideramos importante destacar tanto a complexidade e especificidade da matemática do ensino como seus processos de produção a partir da prática docente.

Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS, SIMMT, 2006; DAVIS, RENERT, 2009, 2013, 2014) usam o termo *saberes de matemática para o ensino*, ou simplesmente *matemática para o ensino* (mathematics for teaching), para se referirem a sua própria concepção de saberes de conteúdo matemático específicos de professores. Para os autores, a matemática para o ensino é uma disposição de interação compreendida em um trabalho coletivo, um entendimento profícuo da matemática emergente da prática, uma maneira de subsidiar o professor para realizar seu trabalho. Davis e Simmt (2006) afirmam que:

> [...] a distinção fundamental não é entre produto e processo, mas entre os aspectos relativamente estáveis do conhecimento matemático e as qualidades um pouco mais voláteis que sustentam essa estabilidade. O princípio organizador fundamental em nosso trabalho com os professores é que um entendimento forte dessas dinâmicas é crucial para uma pedagogia eficaz e é um aspecto central de seu conhecimento matemático. [...] Defendemos que *para professores*, o conhecimento da matemática estabelecida é inseparável do conhecimento de como a matemática é estabelecida [6] (DAVIS, SIMMT, 2006, p. 297, itálico como no original).

Sobre a defesa de que o saber do professor de matemática deva contemplar, de forma indissociável, o conhecimento sobre a matemática estabelecida, do conhecimento de como a matemática é estabelecida, Davis e Mowat (2010) pontuam que,

> A matemática tem uma história e os conceitos matemáticos carregam consigo traços do seu passado. Resíduos de noções comumente usadas podem ser vistos em notação, terminologia e procedimentos (Bell, 1945). Esses traços persistem muito depois que a ideia original foi alterada de forma irreconhecível. Assim, o significado de um conceito matemático depende tanto do passado quanto de suas interações atuais com outros elementos da matemática [7] (DAVIS, MOWAT, 2010, p. 6-7).

Nessa concepção de matemática para o ensino, os autores sustentam sua proposta de investigação de conceito (concept study), como uma metodologia de formação em exercício, em que professores (re)constroem seus saberes docentes em discussões coletivas estruturadas em torno de aspectos de suas próprias experiências. Em síntese, os autores destacam os seguintes pressupostos de sua concepção de matemática para o ensino:

---

[6] Do original: [...]key distinction is not between product and process, but between relatively stable aspects of mathematical knowledge and the somewhat more volatile qualities that underpin that stability. A key organizing principle in our work with teachers is that strong senses of these dynamics are critical to effective pedagogy and a core aspect of their mathematical knowledge [...] we argue that, *for teachers*, knowledge of established mathematics is inseparable from knowledgeof how mathematics is established.

[7] Do original: Mathematics has a history and mathematical concepts carry with them bits of their past. Residues of once commonly used notions can be seen in notation, terminology, and procedures (Bell, 1945). Such traces persist long after the original idea has been changed beyond recognition. Thus, the meaning of a mathematical concept is dependent on both its past and its present interactions with other elements of mathematics.

> - No nível individual, os entendimentos de conceitos matemáticos e concepções de matemática são emergentes;
> - No nível cultural, os professores são participantes vitais na criação da matemática, principalmente através da seleção e da ênfase preferencial dada a interpretações particulares em detrimento de outras;
> - Como o nível dos coletivos sociais, o conhecimento dos professores sobre matemática é em grande parte tácito, mas elementos críticos podem ser disponibilizados para debates conscientes em contextos de grupo;
> - O conhecimento individual e coletivo não pode ser dicotomizado; as possibilidades coletivas são envolvidas e desdobram entendimentos individuais [8] (DAVIS, RENERT, 2013, p. 251).

Para sustentar a perspectiva de saberes de matemática de professores que integra o referencial teórico desta pesquisa, nos apoiamos em quatro premissas fundamentais, identificadas a partir de nossa própria interpretação do trabalho de Davis e seus colaboradores: (1) a matemática para o ensino deve incorporar, de forma indissociável, saberes sobre a matemática estabelecida e sobre as formas por meio das quais a matemática é produzida; (2) os saberes docentes são dinâmicos e emergentes da prática; (3) os saberes docentes devem ser entendidos a partir das relações entre o individual e o coletivo; (4) professores não são meros transmissores de conhecimentos prontos, mas sim agentes centrais na produção de possibilidades matemática culturalmente situadas. A seguir, discutiremos essas premissas, apontando suas possíveis relações com concepções de formação docente. Argumentaremos, ainda, que essas premissas dialogam com a perspectiva de matemática problematizada que defendemos.

Com respeito à primeira premissa, Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS, SIMMT, 2006) adotam uma perspectiva segundo a qual os saberes do professor de matemática devem contemplar, tanto o saber sobre a matemática formalizada e sistematizada, posta como estabelecida, como os contextos sociais e históricos por meio dos quais a matemática é produzida. Assim, esses saberes se constituem a partir da articulação entre categorias mais estáveis (conceitos matemáticos, conteúdos, currículo) e mais dinâmicas (coletividade da sala de aula, entendimento subjetivo) do conhecimento matemático, entendidas como indissociáveis. Essa articulação, que os autores consideram crucial para o ensino, está

---

[8] Do original:
- At the individual level, understandings of mathematical concepts and conceptions of mathematics are emergent.
- At the cultural level, teachers are vital participants in the creation of mathematics, principally through the selection of and preferential emphasis given to particular interpretations over others.
- As the level of social collectives, teachers' knowledge of mathematics is largely tacit but critical elements of it can be made available to conscious interrogation in group settings.
- Individual and collective knowing cannot be dichotomized; collective possibilities are enfolded in and unfold individual understandings.

relacionada com uma visão da matemática não como algo pronto e estático, mas como um campo de conhecimentos em permanente transformação, a partir de processos de produção cultural e socialmente situados.

A segunda premissa se refere à posição dos autores de que os saberes do professor são dinâmicos, emergentes e produzidos a partir da prática. Portanto, esses saberes do professor não podem ser abarcados por categorias fixas a priori, a partir das quais se determinaria o que *falta* ao professor saber – constituindo, assim, uma perspectiva de *deficiência*. Pesquisas sobre saberes docentes com tal perspectiva são objetos de críticas pelos autores. Davis e Simmt (2006) ponderam "que grande parte da matemática para o ensino dos professores é tácita. Portanto, trabalhamos de uma perspectiva positiva, em vez de deficitária, do conhecimento do professor, pois nos concentramos na matemática que os professores realmente praticam"[9] (DAVIS, SIMMT, 2006, p. 295). Davis e Renert (2013) reforçam "que o conhecimento mais importante para o ensino tende a ser da prática e tácito, e portanto, não facilmente identificado nem medido"[10] (DAVIS, RENERT, 2013, p. 246). Os autores argumentam que:

> O conhecimento necessário aos professores não é simplesmente um conjunto de princípios básicos bem definidos e bem conectados, mas uma mistura sofisticada e amplamente ativa de familiaridade com várias percepções de conceitos matemáticos e consciência dos processos complexos através dos quais a matemática é produzida. (Observação: o termo percepções foi emprestado de Sfard, 2008, e é usado para se referir a associações que um aluno pode usar para dar sentido a um construto matemático.) Ao ancorar nosso uso do termo "emergente" à dinâmica adaptativa e evolutiva descrita por pesquisadores da complexidade, pretendemos sinalizar o caráter coerente, mas nunca fixo, da forma complexa de conhecimento matemático para o ensino [11] (DAVIS, RENERT, 2013, p. 247).

A terceira premissa corresponde a um foco não em aspectos individuais – no que um professor individualmente sabe ou não sabe – mas nas relações entre aspectos individuais e coletivos dos saberes docentes. Davis e Renert (2009) destacam que a matemática para o ensino envolve a consciência de que conhecimentos matemáticos pessoais e coletivos se interrelacionam. Davis e Renert (2013) consideram que:

---

[9] Do original: ... that much of teachers' mathematicsfor-teaching is tacit. Hence we work from a positive rather than a deficit perspective of teacher knowledge as we focus on the mathematics that teachers actually enact.

[10] Do original: ... that the most important knowledge for teaching tends to be enacted and tacit, and so neither easily identified nor readily measured.

[11] Do original: the knowledge needed by teachers is not simply a clear-cut and well-connected set of basics, but a sophisticated and largely enactive mix of familiarity with various realizations of mathematical concepts and awareness of the complex processes through which mathematics is produced. (Note: the term realizations borrows from Sfard, 2008, and is used to refer to associations that a learner might use to make ense of a mathematical construct.) In anchoring our usage of the term emergent" to the adaptive, evolutionary dynamics described by complexity researchers, we intend to flag the coherentbut-never-fixed character of the complex form of mathematical knowledge for teaching.

> Nenhum indivíduo poderia estar ciente de toda a gama de interpretações que podem ser invocadas até mesmo na matemática da escola primária. Em vez de pensar nesse conhecimento como um corpo discreto de conhecimento fundamental mantido por indivíduos, então, defendemos que pode ser mais produtivo vê-lo como uma categoria flexível e vibrante de conhecimento que é distribuída por um corpo de profissionais. Assim, enquadramos o conhecimento matemático para o ensino em termos de uma disposição participativa que pode ser aprendida dentro de um domínio de conhecimento em evolução [12] (DAVIS, RENERT, 2013, p. 247).

Assim, a construção de saberes docentes em dinâmicas colaborativas carrega a intenção de afetar a maneira como os professores pensam, sentem e se envolvem com conceitos matemáticos – como indivíduos, com colegas e com seus alunos. Os autores destacam que:

> O envolvimento dos professores em tais atividades compartilhadas pode ter um impacto imediato e significativo em seus conhecimentos de matemática e em suas práticas de ensino. Em particular, essas atividades parecem apoiar uma mudança nas percepções dos professores sobre a natureza da matemática, longe de fatos pré-estabelecidos e imutáveis, em direção a compreensões subjetivas e em evolução que podem ser discutidas e debatidas [13] (DAVIS, RENERT, 2013, p. 247).

A questão não é determinar o que um professor sabe individualmente, mas é situá-lo numa cultura profissional docente, como produtor de conhecimento. Neste sentido, como destacam Giraldo et al (2017), "os rumos do processo formativo são determinados pelos próprios professores participantes, a partir de suas necessidades de prática, e não por atores externos ao ambiente cultural da profissão" (p. 12). Essa ideia converge à defesa de Nóvoa (2009) por uma formação de professores construída dentro da própria profissão.

Finalmente, uma reflexão sobre as premissas anteriores nos conduz à quarta. Para Davis e seus colaboradores, a matemática emergente do ensino articula formas próprias de produção de saberes e práticas socialmente situadas, que constituem matemáticas culturais e não se reduzem às práticas matemáticas acadêmicas. Nesse sentido, o papel do professor não se reduz a transmitir um conhecimento pronto. Os autores comentam que:

> Os professores são participantes vitais na criação de possibilidades matemáticas. Longe de serem agentes periféricos que transmitem passivamente os resultados estabelecidos da matemática, os professores dão forma e substância à matemática cultural - isto é, não apenas à matemática formal, mas também à gama de aplicações, práticas e perspectivas culturalmente situadas que são permitidas pela educação

---

[12] Do original: ... no individual could possibly be aware of the whole range of interpretations that might be invoked in even primary school mathematics. Rather than think of this knowledge as a discrete body of foundational knowledge held by individuals, then, we offer that it may be more productive to view it as a flexible, vibrant category of knowing that is distributed across a body of professionals. We thus frame mathematics knowledge for teaching in terms of a learnable participatory disposition within an evolving knowledge domain.

[13] Do original: ... teachers' involvement in such shared activities can have immediate and significant impact on their knowledge of mathematics and on their teaching practices. In particular, these activities appear to support a shift in teachers' perceptions of the nature of mathematics, away from pre-given and unchanging facts, toward open and evolving human understandings that can be discussed and debated.

> formal de matemática e por outros referenciais matemáticos [14] (DAVIS, RENERT, 2009, p. 41).

Dessa forma, os autores consideram que professores são agentes centrais na produção de possibilidades matemáticas. Ou seja, sua função não deve se limitar à reprodução da matemática estabelecida e formalizada, mas sim produzir possibilidades matemáticas, culturalmente situadas. Portanto, a escola e as instituições de ensino superior que oferecem cursos de formação inicial de professores devem ser parceiras equivalorizadas na produção e no reconhecimento de saberes profissionais docentes. Esses saberes devem ser mobilizados tanto em sala de aula da educação básica, como nos cursos institucionalizados de formação docente.

Desta forma, concepções epistemológicas e políticas sobre saberes docentes se relacionam com as formas como programas institucionais de formação de professores são concebidos e estruturados. Nesse sentido, Davis e seus colaboradores consideram que os conhecimentos matemáticos que emergem da experiência da prática de professores devem ser considerados como um aspecto explícito da sua formação e reconhecidos como parte de seu corpo disciplinar formal de conhecimentos.

As autoras Marilyn Cochran-Smith e Susan Lytle trazem uma contribuição importante sobre relações entre concepções de conhecimentos e saberes docentes. Elas esclarecem que,

> existem concepções radicalmente diferentes de aprendizagem de professores, incluindo imagens variadas de conhecimento; da prática profissional; de relações necessárias e / ou potenciais que existem entre ambos; dos contextos intelectuais, sociais e organizacionais que sustentam a aprendizagem do professor; e das formas como a aprendizagem do professor está ligada à mudança educacional e aos propósitos da escola (COCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999, p. 249)[15].

As autoras identificam três diferentes concepções sobre relações entre conhecimento e prática, que repercutem em concepções sobre formação de professores: *conhecimento-para-prática*, *conhecimento-na-prática*, *conhecimento-da-prática*. A concepção de *conhecimento-*

---

[14] Do original: ... teachers are vital participants in the creation of mathematical possibilities. Far from being peripheral agents who passively transmit established results of mathematics, teachers give shape and substance to cultural mathematics – that is, not only to formal mathematics, but also to the range of culturally situated applications, practices, and perspectives that are enabled by formal mathematics and by other mathematical frames of reference.

[15] Do original: there are radically different conceptions of teacher learning, including varying images of knowledge; of professional practice; of the necessary and/or potential relationships that exist between the two; of the intellectual, social, and organizational contexts that support teacher learning; and of the ways teacher learning is linked to educational change and the purposes of schooling.

para-prática parte do pressuposto de que os especialistas acadêmicos geram os conhecimentos formais e teorias que os professores devem aprender e aplicar na prática. Assim, o saber de referência para o ensino é o conhecimento acadêmico disciplinar correspondente. De forma oposta, o conhecimento-na-prática pressupõe que os conhecimentos essenciais para o exercício da docência são de natureza prática e, portanto, dispensam ser ensinados.

Desse modo, refletindo o lema "fazendo que se aprende" os saberes docentes seriam aprendidos tacitamente a partir da observação das práticas de professores mais experientes. Embora essa concepção valorize os saberes docentes produzidos na prática, pode conduzir a uma perspectiva em que as práticas docentes são reproduzidas com pouco questionamento ou problematização. Finalmente, a concepção de conhecimento-da-prática entende que os conhecimentos docentes são gerados quando professores consideram suas próprias práticas como objeto de investigação intencional, considerando as teorias produzidas por outros atores como aportes ou referências que ajudam a problematizar, interpretar e compreender a prática de ensinar. Portanto, nessa concepção, "teoria" e "prática" não podem ser dicotomizadas. A prática de ensinar não é desprovida de teoria, mas produz sua própria teoria. Assim, os professores, teorizam e constroem conhecimentos no lócus *da* prática, conectando-o às questões sociais, culturais e políticas mais amplas.

Com inspiração na nomenclatura proposta por Cochran-Smith e Lytle, empregaremos, nesta pesquisa, o termo matemática *do* ensino – em lugar do termo matemática *para o* ensino, usado por Davis e seus colaboradores e por outros autores –, para nos referimos aos saberes profissionais docentes de professores de matemática, mais especificamente ligados ao conteúdo matemático. Essa opção não objetiva demarcar uma oposição em relação à perspectiva de Davis e seus colaboradores para tais saberes, mas sim uma *ênfase*. Ao contrário, com o uso do termo *matemática do ensino,* visamos enfatizar, com base nas premissas que destacamos no trabalho desse grupo de pesquisadores, a posição de que os saberes de conteúdo matemático de professores de matemática são emergentes *da prática*, e não transladados *para prática* a partir unicamente em referências externas à própria atuação profissional docente.

Fiorentini (2013) alerta que a maioria dos professores de componentes curriculares específicas de matemática (como é o caso de Cálculo Diferencial e Integral) acreditam que devem ensinar apenas conceitos e procedimentos matemáticos. No entanto, "além da matemática, ensinam também um jeito de ser pessoa e professor, isto é, um modo de conceber e estabelecer relação com o mundo e com a matemática e seu ensino" (FIORENTINI, 2005, p. 110). Considerando que os componentes curriculares de conteúdo matemático, como Cálculo

Diferencial e Integral, ocupam um lugar de referência na licenciatura em matemática, a forma como esse componente curricular é ensinada pode influenciar fortemente as formas como os professores em formação ensinarão (FIORENTINI, 2005). Nesse sentido, nos alinhamos com uma perspectiva teórica que entende a formação pedagógica do professor de forma não dissociada de sua formação no conteúdo, nos componentes curriculares do curso de licenciatura. Essa perspectiva não implica no enfraquecimento do conhecimento de conteúdo da matemática. Porém, conforme afirmam Davis e Simmt (2006), "o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma versão diluída da matemática formal[16]" (p. 295). Nas palavras de Nóvoa (2017):

> Nada substitui o conhecimento, mas o conhecimento de que um professor de Matemática necessita é diferente daquele que se exige a um especialista de Matemática. Não é um conhecimento menor ou simplificado. É um conhecimento diferente, ancorado na compreensão da disciplina, da sua história, dos seus dilemas e, acima de tudo, das suas potencialidades para a formação de um ser humano (NÓVOA, 2017, p. 1116).

Nesse sentido, não basta um conhecimento formal da matemática: o futuro professor certamente, "precisa conhecer, com profundidade e diversidade, a matemática enquanto prática social e que diz respeito não apenas ao campo científico, mas, sobretudo, à matemática escolar e às múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas" (FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013, p. 924).

Esta pesquisa se situa em uma proposta de abordagem para o conceito de área em um componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB. Sendo assim, devido à posição da disciplina na estrutura curricular do curso, essa proposta não se estabelece diretamente sobre uma parceria entre escola e universidade, como defendem vários dos autores citados neste texto. Além disso, por se tratarem de professores em formação inicial, a proposta não se constrói a partir das experiências docentes dos participantes, como é o caso do modelo de *concept study* de Davis e seus colaboradores. Porém, o desenho de nossa abordagem se respalda em seis possíveis princípios apontados em Giraldo et al (2017):

> 1. Saberes sobre a matemática estabelecida não podem ser dissociados de saberes sobre seus processos produção;
> 2. Professores têm um papel crucial nos processos de produção de matemática(s);
> 3. Saberes profissionais docentes são dinâmicos e emergentes, não podendo ser reduzidos a listas prescritivas pré-estabelecidas;

[16] Do original: "the subject matter knowledge needed for teaching is not a watered down version of formal mathematics."

> 4. A construção de saberes profissionais docentes deve se dar a partir da própria prática;
> 5. Professores devem ter um papel de autoria na construção dos próprios saberes;
> 6. O trabalho coletivo de professores tem um papel crucial na construção de uma cultural profissional docente (GIRALDO et al, 2017, p. 9).

Assim, consideramos que essa perspectiva de matemática do ensino pode ajudar a construir uma concepção de formação inicial de professores de matemática que também incorpore uma perspectiva de matemática problematizada, à medida que:

(1) Promova o rompimento da dicotomia das ditas "matemática acadêmica" e "matemática escolar", legitimando que os saberes sobre a matemática estabelecida não sejam dissociados de seus processos culturais de produção (GIRALDO et al, 2017);

(2) Entenda os professores não como meros replicadores de uma versão simplificada da matemática produzida na academia, mas com papéis determinantes nos próprios processos de produção de práticas matemáticas, situadas em contextos culturais diversificados (GIRALDO et al, 2017). Afinal, "o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma versão diluída da matemática formal" (DAVIS, SIMMT, 2006, p. 295);

(3) Se sustente em referenciais teóricos que não considerem os saberes docentes de uma perspectiva de falta, mas sim do ponto de vista de processos de produção dos quais os próprios professores figuram como personagens principais (GIRALDO et al, 2017).

(4) Reconheça que os professores produzem o conhecimento no locus da prática, trabalhando em comunidades de investigação, em que teorizam a partir da prática, e praticam essas teorias (GIRALDO et al, 2017);

(5) Defenda uma formação de professores construída dentro da própria profissão (Nóvoa, 2009), possibilitando um papel preponderante de professores em exercício profissional na escola básica na formação de futuros professores (GIRALDO et al, 2017);

(6) Não se paute apenas na contribuição do grupo para o desenvolvimento profissional de cada membro individualmente, mas sobretudo no estabelecimento de uma cultura da profissão, por meio da construção de saberes compartilhados, e na autopercepção de cada participante como membro e uma comunidade que compartilha essa cultura (GIRALDO et al, 2017).

Em uma abordagem de matemática problematizada, a história e variadas tecnologias possibilitam a (re)criação de um "ambiente problemático" em que objetos matemáticos foram definidos, métodos inventados e teoremas demonstrados, ou seja, em que a matemática foi estabelecida, evidenciando que a mesma se relaciona, de modo concreto, com os seus problemas (ROQUE, GIRALDO, 2014). Dessa forma, a história da matemática e as tecnologias se constituem como um potencial elemento para (re)inventar saberes matemáticos, e favorecer uma matemática do ensino.

2.2 POR UMA PERSPECTIVA DE MATEMÁTICA PROBLEMATIZADA

As práticas de ensinar conteúdos de matemática – tanto na escola como na universidade – têm sido largamente dominadas por paradigmas de exposição naturalizada, aquela que se baseia apenas na consideração da matemática estabelecida como um corpo de conhecimento pronto e acabado. A exposição por uma perspectiva problematizada, em contrapartida, corresponde a uma concepção da matemática a partir de seus vários processos sociais de produção, "o que inclui tanto os processos históricos de produção de conhecimento, que levaram às formas como a matemática está estabelecida hoje, como os processos de produção e mobilização de saberes nos contextos sociais escolares" (GIRALDO, 2018, p. 41).

Entretanto, há diferentes entendimentos concernentes à definição e pressupostos teóricos sobre problematizar (SILVA; PENIDO, 2011). Ruas (2017) aponta que "na literatura estes termos revelam a existência de conflitos conceituais e, até mesmo, metodológicos atrelados à compreensão desse termo" (p. 5). Por isso, ao adotar a perspectiva de matemática problematizada propostos por Giraldo e Roque, considerando a polissemia do termo, torna-se imprescindível compreender o sentido de *problematização* em que essa se sustenta.

Uma contribuição importante que nos inspira a pensar sobre o termo, vem do educador Paulo Freire, ao propor uma educação problematizadora. Freire (1986) emprega o termo educação problematizadora em oposição, ao que ele denominou de educação bancária. Por educação bancária, o autor designa um processo educacional em que o aluno inicia como um ser vazio de conhecimentos, e passivamente vai recebendo depósito de informações pelo professor. Um processo mecanizado de transferir conhecimentos prontos e acabados sem considerar a criação de sentidos pelo aluno receptor. Como contraponto, a educação problematizada defendida por Freire (1986) é libertadora no sentido de deslocar o aluno da situação passiva, possibilitando-o de ser um agente de participação ativa e questionador por excelência.

No entanto, principalmente em disciplinas que evolvem a dita “ciência exata”, em relação à problematização (ação problematizada), alguns autores (e.g. RUAS, 2017; MUENCHEN; DELIZOICOV, 2013) apontam que há aqueles que a reduzem a uma lista de problemas e exercícios; outros se aproximam ao que se entende na literatura por metodologia de ensino por “resolução de problemas”, em que estudantes se empenham na resolução de problemas, em que basicamente o objetivo é despertar a curiosidade, motivar o interesse ou contextualizar a assunto abordado, bem como estrutura o pensamento matemático. Esse tipo de entendimento torna-se um obstáculo significativo quando se tem o objetivo de trabalhar o ensino de *matemática por uma perspectiva problematizada* no contexto educacional. A partir dessas considerações, discutimos uma perspectiva epistemológica de termos envolvidos.

Como advertem Giraldo e Roque (2014), o adjetivo “problemático” com frequência sugere uma acepção negativa “que faz referência a problemas” como algo sobre o que há controvérsias, de resultado duvidoso, portanto, inconveniente. Assim, uma situação problemática seria uma situação intrincada e, possivelmente, indesejada. De acordo o dicionário Aurélio (online), a palavra *problema* é comumente empregada, como uma “questão ou circunstância cuja resolução é muito difícil de se realizar”. O mesmo dicionário atribui ao verbo *problematizar* o significado de “atribuir natureza ou caráter de problema a; fazer com que fique problemático; tornar complicado; complicar; fazer questionamento ou colocar dúvidas; questionar”; e ao substantivo *problematização* o significado de “ação ou efeito de problematizar, de dar caráter de problema a; ato de colocar dúvidas e questionamentos em; ação de fazer com que algo se torne problemático, complicado”. Dentre essas definições, os sentidos de *tornar complicado*, *complicar* e *complicado* divergem totalmente da perspectiva de matemática problematizada proposta para o ensino proposta por Giraldo e Roque.

Entretanto, conforme nos esclarecem Giraldo e Roque (2014), “em matemática este termo adquire outra conotação: um problema é uma situação que deve ser resolvido por algum método, técnica ou ferramenta matemática” (p. 15). Dessa forma, o sentido de “problemático” em discussão se refere a contextos compostos por problemas, como motrizes do desenvolvimento da matemática. Ou seja, estaremos nos referindo “à noção de *problema* do posto de vista da própria matemática, em que o objetivo é desvelar os processos de produção da perspectiva de sua gênese” (RIPOLL, RANGEL, GIRALDO, 2016, p. XXIII, itálico do original). Roque (2012) pontua que a matemática sempre se desenvolveu e continua a se desenvolver a partir desses tipos de problemas.

Ideias de ensino numa perspectiva problematizada aparecem em trabalhos de Berbel (1995, 1998) como metodologia para romper com aulas predominantemente expositivas, e baseadas em outras formas de transmissão de informações, em que o professor se situa no centro do processo de ensino e aprendizagens.

> Temos proposto a Metodologia da Problematização como uma alternativa metodológica apropriada para o Ensino Superior. Estamos conscientes de que nem sempre é a alternativa mais adequada para certos temas de um programa de ensino. Não pensamos ensinar o uso de crase através da Problematização, nem a tradução de palavras do português para outra língua, ou **o cálculo de certas expressões matemáticas..**. **O que de social, ético, econômico ou político estaria aí implicado?** Há certamente temas que serão mais bem aprendidos com uma ou mais alternativas metodológicas da imensa lista à nossa disposição na literatura pedagógica (BERBEL, 1998, p. 142). [grifo nosso]

Certamente, não é nessa perspectiva de problematização que nos enveredamos, pois acreditamos que, em qualquer nível de ensino, seja no ensino superior, seja na educação básica, o ensino de matemática não é isento de aspectos sociais, éticos ou políticos. Nesse sentido, comungamos com Freire (1987, 1996) na posição de que o ato de ensinar nunca é neutro política ou ideologicamente, e entendemos que questões, sociais, éticas, econômicas e políticas são intimamente imbricadas aos aspectos educacionais, particularmente ao ensino de matemática.

Ademais, a perspectiva problematizada que assumimos neste trabalho não consiste em uma metodologia, e sim em uma postura política e epistêmica que antecede e sustenta posicionamentos teóricos ou metodológicos, a partir da qual situamos quaisquer que sejam os aspectos de um programa de ensino de matemática.

Silva e Penido (2011) analisam e confrontam noções de problematização e suas finalidades em duas propostas de educação: Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2007); Cachapuz, Gil-Perez, Carvalho, Praia e Vilches (2005). Os autores identificam alguns pontos de aproximação, bem como distanciamentos, entre os sentidos de problematização no ensino, que estão diretamente relacionados com os pressupostos teóricos de cada uma das propostas analisadas. Silva e Penido (2011) destacam sentidos epistemológicos e sentidos pedagógicos da problematização: "entende-se por sentidos epistemológicos da problematização os papéis atribuídos aos problemas no processo de construção do conhecimento científico. Os sentidos pedagógicos da problematização são as suas finalidades dentro do processo educativo" (p. 4).

De acordo Silva e Penido (2011), ambas as propostas se aproximam quanto aos sentidos epistemológicos da problematização, dando o status de gênese do conhecimento científico. No tocante aos sentidos pedagógicos, de ação educativa, percebem-se algumas divergências fundamentais. Delizoicov, Angoti e Pernambuco dão um sentido pedagógico à problematização que entra no campo cultural, inserido na perspectiva da educação libertária de Paulo Freire. De modo que, para Cachapuz e seus colaboradores, o enfoque é voltado para uma ação fundamentada em modelos de cognição do indivíduo.

Entretanto ao falarmos de uma matemática problematizada num ambiente de sala de aula, duas dimensões merecem ser debatidas a fim de situar o lugar da categoria *problema*: uma dimensão epistemológica da matemática e uma dimensão epistemológica do ensino de matemática.

Entendemos que ao professor não é suficiente ter uma concepção problematizada apenas na dimensão da matemática, pois isso, em si, não garante uma prática docente alinhada aos saberes de matemática do ensino. Por exemplo, é comum ocorrer alguns episódios em sala de aula, que exigem uma ética profissional, que a visão epistemológica da matemática não abarca. Como lidar com respostas discentes que fogem de procedimentos padronizados e naturalizados? Isso implica em ressignificar o lugar do "erro" e do "não entendimento" conforme tem indicado alguns autores (Freire ,1986; Cury,2007; Giraldo; Roque, 2021).

Defendemos que, para formar um professor que possa estabelecer um ambiente problematizador no ensino, são necessárias, na formação desse profissional, dimensões que vão além do entendimento da matemática. Ademais, entendemos a perspectiva problematizada da matemática em todos os níveis de ensino, como possibilidade que mina a ideia de estudantes como meros replicadores de tarefas, e agucem sua capacidade crítica para questionar e atuar socialmente, extrapolando seus contextos de realidade por produzir outras realidades, transcendendo até mesmo os usos sociais da matemática.

2.2.1 Problematização numa dimensão epistemológica da matemática

Diferentes épocas definiram a matemática de formas diferentes. De acordo Saito e Dias (2013), a concepção que caracteriza a matemática numa época é definida por sua episteme, isto é, "um conjunto de relações epistemológicas que fundamenta o conhecimento numa determinada época, representando, dessa maneira, as condições de possibilidade discursivas que constituem uma epistemologia" (p.98).

Entendemos que aquilo que possibilita uma discussão sobre problematização na epistemologia da matemática é o lugar da categoria problema no processo de construção do conhecimento matemático. Assim, problemas a partir do próprio contexto do ensino são considerados. Ruas (2017) destaca que problemas são elementos que impulsionam o aluno a investigar, a refletir, a buscar e a sistematizar os novos conhecimentos construídos. Para Solino e Gehlen "o problema está vinculado ao propósito da atividade, que é levar os alunos à construção dos conceitos científicos e a apropriação do fazer científico" (p. 915). Assim, os problemas apresentam um potencial para o ensino que transcende à perspectiva de "resolução de exercícios". Como destacam Silva e Penido (2011), problemas podem favorecer a formação de concepções epistemológicas bem estruturadas, bem como desvelar contradições sócio-históricas vivenciadas por determinados povos.

Alguns autores (e.g. MUENCHEN; DELIZOICOV, 2013; ROQUE, 2012) apontam *problemas* como a gênese do conhecimento científico. Giraldo e Roque (2014) destacam que a gênese e o desenvolvimento de ideias matemáticas ocorrem naturalmente em *ambientes problemáticos*, no sentido de que resultam de problemas internos ou externos à própria matemática. Para o desenvolvimento histórico da matemática, encontramos motivações que contemplam vários tipos de problemas.

Até o século XIX, como esclarece Roque (2012), o desenvolvimento da matemática era mais fortemente impulsionado por problemas "de natureza cotidiana (contar, fazer contas); relativos à descrição dos fenômenos naturais (por que um corpo cai?; por que as estrelas se movem?); filosóficos (o que é conhecer?; como a matemática ajuda a alcançar o conhecimento verdadeiro?)" (p.32-33), ou seja, problemas de ordens físicas, de engenharia e filosóficas; também havia problemas matemáticos (como legitimar certa técnica ou certo conceito?).

Nos períodos dos séculos XIX e XX, o que predominou foram discussões relativas à formalização e à sistematização da matemática (ROQUE, 2012). Neste processo, uma preocupação fundamental foi o modo de escrever o encadeamento das definições, dos teoremas e das demonstrações, legitimando uma ordem da estrutura da matemática, isto é, a organização do conhecimento matemático científico e os critérios de aceitação, que convencionou a matemática contemporânea como ciência da lógica, da exatidão e do rigor.

E a organização dessa estrutura, exposta em textos matemáticos, que segue uma ordem lógica de exposição, diverge significativamente da ordem das invenções, que diz respeito ao modo como os resultados matemáticos se desenvolveram (ROQUE, 2012). Ou seja, "às formas de produção de conhecimento que estiveram e estão presentes nas diversas práticas hoje chamadas de matemáticas" (GIRALDO; ROQUE, 2021, p.3).

As narrativas historiográficas entre a ordem da estrutura e as ordens de invenções do conhecimento matemático determinam o lugar do problema que, como já percebemos, pela visão convencional da matemática não há correspondência. Como explicam alguns autores (e.g. ROQUE, 2012; ROQUE; CARVALHO, 2012; SAITO; DIAS, 2013; SAITO, 2016; GIRALDO; ROQUE, 2021) da perspectiva das ordens de invenção, a exposição do conhecimento matemático pela ordem da estrutura causa confusão, pois parece ser escrita ao contrário.

Por vez, o viés historiográfico tem implicação direta nos processos sociais e subjetivos de produção e difusão de conhecimento matemático, que reverbera em concepções sobre como se aprende e sobre como deve ser o ensino da matemática como disciplina institucionalizada (GIRALDO; ROQUE, 2021), caracterizando e distinguindo o que designamos como perspectiva de matemática não problematizada e de matemática problematizada.

Numa perspectiva não problematizada da matemática, a visão convencional da matemática como ciência da lógica, da exatidão e da certeza organiza seu conhecimento por uma estrutura uniforme e precisão de resultados:

> As definições que precedem as conclusões sobre os objetos de que se está tratando explicam, na verdade, os requisitos para que um enunciado seja verdadeiro, requisito que foram descobertos por último, em geral, no trabalho efetivo do matemático. E esse encadeamento lógico na apresentação dos enunciados torna a matemática transcendente e desconectada de seu contexto de descoberta. (ROQUE, 2012, p.30)

Neste contexto, a categoria central é teoremática, que privilegia os resultados. O problema ocupa uma posição periférica, que se constitui como uma insuficiência, ou uma ignorância, com necessidade de ser superada e eliminada tão logo por uma resposta. Logo, o problema é provisório, sendo superado por uma solução lógica, rigorosa e exata.

Nessa perspectiva, que prioriza reproduzir a ordem da estrutura, expõe os conceitos matemáticos como prontos e acabados, como se sempre tivessem sido da forma como são expostos na literatura; e, partir daí, passam a relatar o modo como definições e resultados se encadeiam na estrutura formal (GIRALDO; ROQUE, 2021). A não problematização parece disseminar, até mesmo entre alguns professores na educação básica e superior, um consenso de que “saber matemática” é caracterizado por conhecer e reproduzir o encadeamento lógico de definições, teoremas e demonstrações, tal como estruturado pela matemática acadêmica formalizada atualmente.

> Isto é, tanto na escola quanto no ensino superior, os conceitos matemáticos são apresentados, em geral, de uma maneira naturalizada, isto é, sua existência, sua importância e seu papel na matemática contemporânea são assumidos como dados arbitrariamente, sem que sejam levadas em conta as demandas e tensões que impulsionaram sua gênese. Desta forma, ficam ausentes da formação de professores certas sutilezas epistemológicas, que são inerentes à gênese dos conceitos, mas que podem permanecer ocultas se estes forem apresentados apenas como produtos prontos

> e acabados. São justamente essas sutilezas que podem emergir ao se refletir sobre os saberes de conteúdos necessários para o ensino (GIRALDO; ROQUE, 2014, p.14-15).

Em contrapartida, a perspectiva da matemática problematizada centraliza o problema. Ele afigura-se como o único objeto a priori da matemática, e sua potência consiste em produzir possibilidades de soluções, ou até mesmo não ser solucionável, assumindo uma instância que impulsiona novas invenções. Considere, por exemplo, o postulado das paralelas[17] enunciada por Euclides (300 A.E.C.) que, numa linguagem contemporânea, tem tradução equivalente a: *por um ponto dado pode-se traçar somente uma paralela a uma reta dada.*

A questão evidenciada não era a validade deste resultado, mas a sua classificação como postulado, ou seja, o que existiu a priori era o postulado na qualidade de um problema. Houve, então, a motivação para provar o postulado das paralelas que, ao longo dos tempos provocou a atenção de matemáticos, dando margem ao surgimento de questionamentos e novos entendimentos, culminando nas invenções de outras geometrias diferentes daquela proposta por Euclides, as geometrias não-euclidianas: elíptica e hiperbólica.

Na geometria elíptica, não há nenhuma reta paralela à inicial, enquanto que na geometria hiperbólica existe uma infinidade de retas paralelas à inicial que passam no mesmo ponto. Na geometria elíptica, a soma dos ângulos internos de um triangulo é maior que dois ângulos retos, enquanto na geometria hiperbólica esta soma é menor que dois ângulos retos. Na elíptica, temos que a circunferência de um círculo é menor do que π vezes o seu diâmetro, enquanto na hiperbólica, esta circunferência é maior que π vezes o diâmetro. Esse exemplo mostra que, partir de um problema central possibilitou outros entendimentos, fazendo emergir resultados variados que se legitimaram como conhecimentos matemáticos. Outro aspecto importante no contexto do exemplo da geometria euclidiana nos faz entender que o uso de tecnologias determina *que matemática* será produzida: os enunciados dos postulados e teoremas foram moldados pelas tecnologias dominantes na época – régua não graduada e compasso (ROQUE, 2012).

Para Roque e Giraldo (2014), o papel da história da matemática pode ser justamente de exibir esses problemas, muitas das vezes ocultos no modo como os resultados se formalizaram. Para Saito (2016), por meio da história da matemática, focar em tecnologias historicamente situadas favorece discutirmos sobre o processo da construção do conhecimento em diferentes níveis, iluminando as atuais discussões sobre o uso de diversas tecnologias no ensino de

[17] "E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos." Euclides. Os elementos; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009

matemática. E o entrelaçamento de história e tecnologias sempre se coloca no centro dos processos de produção de conhecimento matemático. Assim, “ambos os elementos, históricos e tecnológicos, contribuem, para a recuperação do que designamos como ‘ambiente problemático’ para o ensino dos conceitos matemáticos” (GIRALDO; ROQUE, 2014, p. 34).

2.2.1.1 História e tecnologias como elementos problematizadores na dimensão epistêmica da matemática

A matemática é um campo de conhecimento construído pelo homem em suas relações sociais frente a situações-problema. Nas trajetórias de desenvolvimento de conhecimento matemático, diferentes formas de tratamento foram mobilizadas, dependendo dos contextos históricos e sociais.

Consideremos os trabalhos de Arquimedes (287-212 A.E.C.), que representam exemplos da arte construtiva e experimental com critérios de rigor socialmente situados, sem a mesma formalidade explícita referente aos aspectos de convergência e infinito da matemática contemporânea (BRANDEMBERG, 2017). Esses trabalhos contribuíram com o início da conceituação do Cálculo Integral, vários séculos mais tarde, em outro contexto histórico e social. Com o passar dos tempos, os trabalhos de Arquimedes sofreram diferentes tratamentos e transformações em um movimento dinâmico em que práticas sociais (matemáticas) de diferentes povos se influenciam mutuamente ao longo da história.

Dessa forma, as construções sociais que perpassam diferentes contextos históricos, até aqueles em que trabalhos mais recentes como os de Riemann (1854), Darboux (1902) e Lebesgue (1902) foram produzidos, e se materializaram no formato que atualmente encontramos na literatura para o ensino de matemática nos cursos de graduações (BRANDEMBERG, 2017). Brandemberg (2017, p. 10) pontua que “o conceito tem avançado para estágios posteriores, tanto em aspectos científico-didáticos [...], quanto científico- técnicos [...] e que poderão ser incluídos em cursos de graduação, daí uma das necessidades de conhecermos um pouco mais da história do Cálculo integral”. Entretanto, cabe ressaltar que os conceitos não avançam como desenvolvimento historicamente linear.

De forma análoga, todos os objetos matemáticos que se materializam em aspectos didáticos perfazem os currículos da educação básica e da educação superior. No tocante às demandas de ensino e de aprendizagens de matemática, “muitas vezes, o contato com seus conceitos e ferramentas torna-se difícil, pois a imagem que se tem dessa disciplina é marcada por seu caráter mecânico, abstrato e formal, o que produz uma sensação de distanciamento na maioria das pessoas” (ROQUE, 2012, p.15). Ademais, parece haver uma oposição entre a natureza “abstrata” e “concreta” da matemática, impregnada de uma concepção de que a concretude da matemática se afigura apenas em “contextos da realidade”, principalmente por grupos sociais que se supõe a que os estudantes pertençam.

Roque (2012) critica a expectativa de que professores em suas práticas desenvolvam o ensino de matemática de forma contextualizada, dando à disciplina um caráter mais concreto, relacionado ao dia-a-dia. Esse clamor se respalda no argumento que muitos alunos consideram a matemática muito difícil e abstrata.

> Acreditamos, contudo, que, quando os alunos pedem que a Matemática se torne mais “concreta”, eles podem não querer dizer, somente, que desejam ver este conhecimento aplicado às necessidades práticas. Talvez eles queiram compreender os conceitos matemáticos em relação com algo que lhes dê sentido, ou seja, conectando-os a uma rede de significados e de relações com outras ideias, que podem ser ou não matemáticas (ROQUE; CARVALHO, 2012, p. IX).

Atender a essa necessidade discente não significa, necessariamente, partir de um problema da realidade iminente, e sim saber com o que esses conceitos se relacionam, ou seja, como podem ser inseridos em uma rede de relações. Neste sentido, para que a matemática se faça compreensível, é necessário recontextualizá-la, (não no sentido do senso comum, de estabelecer relações com situações concretas da vida cotidiana ou com aplicações práticas da matemática), e sim no sentido de recuperar as sutilezas das gêneses dos conceitos matemáticos, e articulá-las ao ensino (ROQUE; GIRALDO, 2014; GIRALDO; ROQUE, 2021).

Ademais, convergimos ao entendimento de Giraldo e Roque (2021), de que algumas dificuldades comumente atribuídas à natureza supostamente “abstrata” da matemática e à falta de “contextualização” em seu ensino parecem estar mais relacionadas a uma perspectiva não problematizada, isto é, com formas de exposição da matemática mais referenciadas na ordem da estrutura do que nas ordens de invenção.

Nunes, AgAlmouloud e Guerra (2010) pontuam que as situações-problema apresentadas em contextos históricos podem potencializar o processo de aprendizagem, tornando compreensível aos sujeitos o significado epistemológico de um determinado conceito, sem fornecê-lo arbitrariamente. Para esses autores, uma abordagem pela história visa à construção epistemológica dos conceitos, proporcionando aos estudantes aprendizagens por descobertas, em oposição à aprendizagem de algo na sua forma final.

> Assim, quando apresentamos aos discentes a fórmula da área do círculo $A_c = \pi r^2$ sem fornecer uma justificativa conceitual e contextual, como, por exemplo, a perspectiva

> histórica, para tal relação, esta pode ser utilizada de forma mecânica. Por outro lado, a contextualização histórica que originou a fórmula em questão poderá culminar na compreensão e consequente aprendizagem significativa da área do círculo (NUNES, AG ALMOULOUD; GUERRA, 2010, p. 540).

Neste aspecto, Silva (2010) reforça que:

> [...] na maioria das salas de aulas, o ensino de matemática [...] é apresentado aos alunos como um corpo linear de conhecimentos muito bem estruturado. Em pouquíssimas situações os alunos são envolvidos em uma metodologia de ensino que os leve a uma visão epistemológica do conhecimento matemático; em que possam traçar a trajetória do conhecimento matemático produzido; seja a partir de situações práticas, da resolução de problemas ou de situações que retomem a fatos históricos interessantes (SILVA, 2010, p. 33-34).

Diante deste cenário, Miguel e Miorim (2019) apontam argumentos que justificam a participação da história no processo de ensino e aprendizagens da matemática: (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc; (5) a curiosidade estritamente intelectual; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização, e de uma prova.

Essas discussões evidenciam a relevância da história da matemática para a compreensão dos conhecimentos matemáticos. Entretanto, o professor que ensina matemática deve estar ciente de que as narrativas históricas não são neutras, mas influenciadas por diferentes fatores ligados à concepção de ciência de quem escreve a história, ou seja, histórias da matemática são fundamentadas por diferentes vieses historiográficos (SAITO; DIAS, 2013, SAITO, 2016, 2018). Os autores designam dois tipos de narrativas históricas: a “tradicional” e “atualizada”.

> A historiografia tradicional, que permeia em grande parte o material disponível aos professores de matemática, é caracteristicamente “presentista”. Diferentemente, da vertente historiográfica atualizada, cuja abordagem valoriza os contextos de elaboração, transformação, transmissão e disseminação do conhecimento matemático em diferentes épocas e culturas, a perspectiva historiográfica tradicional enfatiza apenas a coerência interna do discurso matemático, tendo como ponto de partida o que nós entendemos por matemática nos dias de hoje. (SAITO, 2018, p.608).

Diante do exposto, temos de refletir e discutir sobre as implicações de ordem didática-pedagógica que o uso de uma história pautada numa dessas historiografias tem no processo de ensino e de aprendizagens de matemática. Neste sentido, o viés historiográfico pode caracterizar e distinguir a perspectiva da matemática não problematizada e de matemática problematizada.

A escolha por narrativas baseadas numa perspectiva historiográfica tradicional, por exemplo, conduz a uma abordagem que converte e sobrepõe temas e propósitos da história em atividades para o ensino, afigurando-se numa abordagem de matemática não problematizada. Como esclarece Saito (2016), essas abordagens são aquelas que geralmente procuram “simular” um ambiente “científico ou matemático”, ou mesmo “descobrir” os mesmos conteúdos matemáticos encontrados na história em sala de aula. Essa sobreposição ocorre muitas vezes porque as narrativas que estão na base dessas propostas de ensino estão ancoradas numa concepção histórica “presentista” (SAITO, 2016), ou seja, expõe o encadeamento de definições e resultados, estruturados formalmente, como se sempre tivessem sido como são apresentados em nossos dias.

Contudo, esse tipo de abordagem histórica transmite uma (falsa) ideia de que a matemática se estruturou por um único percurso histórico, culminando no verdadeiro conhecimento. Nesses aspectos, a exposição dessa história prioriza destacar apenas os grandes personagens da matemática e a buscar, no passado, os precursores da matemática moderna. “Ao procederem dessa maneira, as narrativas históricas passam a organizar os conteúdos matemáticos de tal modo a darem ênfase ao encadeamento lógico dos conceitos, sem relação com as necessidades humanas e outros aspectos sociais e culturais que fazem parte do seu contexto” (SAITO; DIAS, 2013, p.95). Dessa forma, a historiografia tradicional favorece uma matemática não problematizada, pois, ao restringir sua escrita à ordem da estrutura, desconecta a matemática de seus contextos de descoberta, oculta ideias fundamentais envolvidas nesses contextos e na própria organização do conhecimento matemático científico hoje, desconsiderando os problemas que as impulsionaram e impulsionam à produção de conhecimento matemático (GIRALDO; ROQUE, 2021).

Imbricados historicamente com a produção de conhecimento matemático, estão os instrumentos tecnológicos. Neste aspecto, Saito (2016) esclarece que “na perspectiva tradicional de história, esses instrumentos foram deixados à margem porque eram vistos e compreendidos como ferramentas que serviam de auxílio para medir ou realizar experimentos”. (p.11). O autor argumenta que “partindo da ideia do que vem a ser os modernos instrumentos científicos, essa vertente histórica abordou os diferentes dispositivos e aparatos sem muita crítica, considerando-os meros artefatos e, portanto, neutros no processo do fazer científico” (p.11).

> A ideia de que os instrumentos são neutros e não problemáticos está ancorada na concepção moderna de que os instrumentos são meras “encarnações” ou “reificações” de uma teoria. Do ponto de vista epistemológico, ele estaria alocado entre a teoria e o

> experimento, ou entre as considerações de ordem abstrata e concreta, ou ainda entre critérios racionais e empíricos da validação do conhecimento (SAITO, 2016, p.11).

Entretanto, o autor esclarece que estudos recentes em história da ciência, baseados em tendências historiográficas atualizadas, "têm revelado que os instrumentos e os aparatos nunca foram neutros no processo da construção do conhecimento, permitindo-nos [...] alocar o instrumento na origem, no meio ou no fim de qualquer processo de investigação" (p.11). Neste sentido, a historiografia atualizada apresenta-se como um caminho em que a história e as tecnologias (historicamente situadas) favorecem uma abordagem por uma perspectiva de matemática problematizada. Isso pode ajudar a produzir abordagens mais referenciadas pelas ordens da invenção, buscando pela história e variadas tecnologias, as diferentes formas de produção de conhecimento que estiveram e estão presentes nas diversas práticas que podem ser classificadas de *matemáticas*.

Essa abordagem histórica propõe compreender as tecnologias num contexto de produção do saber não só como "instrumentos ou aparatos construtores", mas também como suportes que difundem e propagam diferentes formas de conhecimento. Nessa perspectiva, os instrumentos matemáticos "incorporam" conhecimentos com potencialidade para redefinir as diferentes relações entre os diversos segmentos do saber, apontando entendimentos sobre o fazer matemático de uma época, possibilitando acesso ao movimento que faz o conhecimento matemático em diferentes instâncias do saber (SAITO, 2016).

As tecnologias também foram sendo moldadas pelos contextos históricos, políticos e sociais e com a progressiva entrada de calculadoras e computadores em salas de aula de matemática; especialmente a partir dos anos de 1990 (NACARATO, 2005; SZENDREI, 1996), as tecnologias digitais se tornaram um aspecto importante dos saberes profissionais docentes (MISHRA; KOEHLER, 2006). Neste caso, a importância do uso dessas tecnologias reside na potencialidade de (extrapolar a possibilidade de realizações de procedimentos matemáticos) alterar a própria concepção do sujeito sobre objetos matemáticas, algo que não seria possível se realizado, por exemplo, com papel e lápis. Ou seja, a valor epistêmico da tecnologia fica evidente quando ela causa reflexão sobre ideias matemáticas, deslocando entendimentos sobre o conhecimento. É notável também que as tecnologias digitais estão cada vez mais inseridas no cotidiano dos alunos, tanto fora como dentro das escolas, em variadas formas:

> Hoje, as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes em praticamente todos os setores da atividade humana, portanto não faria sentido bani-las da sala de aula- sob pena de tornar a escola tão anacrônica em relação à vida exterior a seus muros a ponto de ter um efeito inócuo na formação dos alunos. Paralelamente a isso, a reflexão sobre os usos pedagógicos dessas tecnologias vem amadurecendo. Assim, o foco do debate deslocou-se da questão de se as tecnologias digitais têm efeitos benéficos para a

> aprendizagem, para a questão de **como usá-las de forma que seus efeitos sejam benéficos para a aprendizagem** (GIRALDO, CAETANO e MATTOS, 2012, p.3, grifo do original).

Acreditamos que uma forma de usar tecnologias com efeitos benéficos seja potencializar o valor epistêmico da tecnologia para a construção de conhecimento. No caso da disciplina de matemática, espera-se que as relações entre as tecnologias digitais e o ensino constroem-se naturalmente, considerando que a própria estrutura do computador é, em si, matemática. Isso faz com que a estrutura interna de algoritmos e softwares e as suas aplicações ao ensino constituam aspectos virtualmente indissociáveis (ROQUE; GIRALDO, 2014). Entretanto, se a proposta de ensino apoiada por tecnologias segue um percurso da perspectiva de matemática não problematizada, pode ignorar o valor epistêmico dessas tecnologias, ao ponto de manter os mesmos objetivos das abordagens com lápis e papel.

Por outro lado, uma abordagem por uma perspectiva de matemática problematizada retira o foco da abordagem das técnicas e cálculo, que ficam a cargo do software, possibilitando aos alunos uma experiência concreta com as propriedades qualitativas sobre o conhecimento matemático. Desta forma, "o ambiente virtual firma-se como lugar onde o pensamento matemático passa a ser desenvolvido e compartilhado de forma mais democrática ao integrar artefatos midiáticos que moldam o ser humano [...], influenciando a maneira como o conhecimento é gerado" (BORBA, SILVA E GADANIDIS 2016, p. 01).

Considerando que as representações computacionais, por serem diferentes de outras formas de representação, têm a potencialidade de interagir com as ações do sujeito e *reagem* a essas, de maneira que não é totalmente controlada por sua vontade, Roque e Giraldo (2014) argumentam que "tais ações, interações e reações podem propiciar uma experiência concreta com os objetos matemáticos que revelem suas sutilezas epistemológicas, abrindo portas para a abstração e recuperando o ambiente problemático da gênese de suas ideias " (p.25).

Defendemos que, por uma matemática problematizada, o uso de tecnologias variadas favorece aos estudos qualitativos de conteúdos matemáticos, propicia um ambiente concreto sobre o qual os alunos podem construir estágios mais sofisticados de argumentação e abstração matemática, desvelando o valor epistêmico dessas tecnologias. Roque e Giraldo (2014, p.34) reforçam que

> o conhecimento histórico por parte do professor permite recontextualizar as ideias matemáticas no ambiente problemático da sua gênese, reconhecendo e situando os aspectos epistemológicos que emergem no processo de ensino-aprendizagem. o uso de tecnologias [...] pode se articular, na prática de sala de aula, a essa forma de ver a matemática.

Diante do exposto nesta seção, entendemos que, ao articularmos história e tecnologias no ensino de matemática, devemos dar conta dos conteúdos próprios da área de referência, isto é, da matemática, mas também do desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação crítica do estudante e do professor.

2.2.2 Problematização numa dimensão epistemológica do ensino de matemática

Como procuramos argumentar até aqui, uma perspectiva problematizada na dimensão epistemológica da matemática é essencial para a formação e para as práticas de professores que ensinaram matemática. Entretanto, a ação de ensinar matemática é carregada de outros aspectos importantes para além de conhecimentos sobre a matemática, tais como as dimensões didático-pedagógica, social e ética profissional. Ou seja, uma formação de professores que sejam comprometidos com o estabelecimento de um ambiente problematizador no ensino exige dimensões que transcendem o de entendimento da matemática. Assim, a *perspectiva de matemática problematizada* deve abarcar também a episteme do ensino de matemática, isto é, uma fundamentação epistemológica para a docência em matemática, suas práticas e saberes próprios.

Como observam Davis e Renert (2009), a ideia de produzir conhecimento matemático não se restringe ao estabelecimento de novos resultados na matemática como ciência, mas abrange todas as práticas sociais que mobilizam a criação matemática em contextos sociais e culturais diversos. Portanto, a escola e as práticas docentes devem privilegiar a articulação entre diferentes práticas e saberes culturalmente situados. Esses autores enfatizam um lugar estratégico, onde professores devem atuar não apenas para ensinar a matemática formal estabelecida, mas também para mobilizar diferentes matemáticas culturais, isto é, práticas e aplicações socialmente situadas. Em consonância com as perspectivas de outros autores (e.g. NÓVOA, 2009, 2019; TARDIF, 2000), o entendimento da escola como lugar de produção de conhecimento matemático, segundo essa perspectiva, favorece professores a pensarem sua formação tendo a escola como *locus* e a si próprios como protagonistas. Nessa direção, Giraldo (2018), atribui à escola o seguinte papel:

> Entendemos a escola como um *lugar de produção de saberes*, e não simplesmente de aquisição ou de transmissão de conhecimentos estabelecidos. Consideramos que tal entendimento tem implicações cruciais nos argumentos para (re)pensar as formas de exposição da matemática na escola; bem como no reconhecimento do ser professor como uma atividade profissional, que está associada a uma rede complexa de práticas e saberes específicos, isto é, que se estabelece a partir de uma epistemologia própria. De fato, se a função do professor fosse meramente a de transmitir ao aluno

> conhecimentos estabelecidos, sua própria formação poderia contemplar apenas um conjunto de regras e procedimentos gerais, isto é, poderia se reduzir à dimensão do "saber fazer" (GIRALDO, 2018, p. 40).

Consideramos esse entendimento crucial, pois situa a concepção de formação de professores na função social da escola. O ensino deve preparar o sujeito para as demandas sociais e para o exercício da cidadania. Entretanto, devemos lembrar que tais demandas não se reduzem apenas à sua dimensão imediata e utilitária, não pode ser reduzida simplesmente à preparação dos estudantes para os desafios da sociedade como se apresentam hoje, não deve se limitar a objetivos pragmáticos pontuais (passar no vestibular, em concursos, obter determinadas posições de trabalho, etc.) como resultado de aquisição de conhecimentos específicos de matemática. Seu ensino nas escolas deve contemplar, além disso, a construção da bagagem cultural e crítica indispensável a fim de preparar o sujeito para enfrentar, por si mesmo, os desafios que possam vir a se configurar no futuro. Ripoll, Rangel e Giraldo (2016) apontam que ensinar, sobretudo no caso da disciplina matemática, é fazer o aluno refletir sobre o mundo.

> O que a escola tem a oferecer não é mais simples informações (pois esta é mais disponível e mais mutável), e sim a interpretação, a reflexão e a crítica sobre a informação. Neste sentido, o acesso à produção científica e cultural da humanidade e o desenvolvimento de uma visão crítica sobre essa produção são parte constituinte da formação para o exercício da cidadania" (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016, p. XV).

Entendemos que a educação tem um compromisso político de proporcionar aos sujeitos o desenvolvimento do pensamento crítico; da capacidade de questionamento fundamentado de conhecimentos, experiências culturais e posicionamentos; da atuação efetiva para transformação da sociedade em função de questões econômicas, sociais e políticas. Como já argumentava Paulo Freire (1987), a educação carrega em si a função de tomada de consciência, de emancipação. Essas discussões evidenciam entrelaçamentos entre a perspectiva de matemática problematizada por nós defendida, e a concepção de educação problematizadora defendida por Freire (1987), em oposição à pedagogia bancária. Trata-se de uma concepção da educação como prática social e não individual ou isolada, uma visão de educação libertadora voltada para a transformação social, baseada na conscientização dos sujeitos de seu papel, de seus deveres e de seus direitos na sociedade. De acordo com Freire (1987):

> Falar da realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado, quando não falar ou dissertar sobre algo completamente alheio à experiência existencial dos educandos vem sendo, realmente, a suprema inquietação desta educação. A sua irrefreada ânsia. Nela, o educador aparece como seu indiscutível agente, como o seu real sujeito, cuja tarefa indeclinável é "encher" os educandos dos conteúdos de sua narração. Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da

> totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam significação (FREIRE, 1987, p. 33).

O autor aponta a "sonoridade" da fala como um dos aspectos que caracterizam a educação bancária, que se limita à exposição verbal de conteúdos, desvinculada de produção de sentidos de qualquer força transformadora. Por exemplo, "quatro vezes quatro, dezesseis; [...] que o educando fixa, memoriza, repete, sem perceber o que realmente significa quatro vezes quatro" (FREIRE, 1987, p. 33). Outro aspecto característico da educação bancária é que ela a tudo dicotomiza, e também cria muitos mitos, levando à opressão dos sujeitos (FREIRE, 1987, 1996). Dessa maneira, a educação bancária é descrita como um processo em que o professor "enche" ou deposita conteúdos nos estudantes, que são considerados recipientes vazios. Freire (1987) nos adverte:

> A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres "vazios" a quem o mundo "encha" de conteúdos; não pode basear-se numa consciência especializada, mecanicistamente compartimentada, mas nos homens como "corpos conscientes" e na consciência como consciência intencionada ao mundo. Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo (FREIRE, 1987, p. 38).

Freire advoga que a educação problematizadora não pode se reduzir ao ato de "depositar", ou de "transmitir conhecimentos" aos educandos, como sujeitos passivos. Assim, o autor destaca o antagonismo entre as duas concepções de educação: a *bancária*, que serve à dominação; outra, a *problematizadora*, que serve à libertação e toma corpo exatamente aí. Para Freire (1987), "enquanto a primeira, necessariamente, mantém a contradição educador-educandos, a segunda realiza a superação" (p. 39).

Assim, no caso do ensino de matemática, associamos a educação bancária denunciada por Freire a uma perspectiva de matemática não problematizada. Quando um professor que ensina matemática assume uma postura de transmissor do conhecimento e aloca o aluno na condição de receptor passivo, cria certos mitos, como a ideia de que a matemática é um campo "para poucos, dotados de um talento inato", que podem resultar em processos de exclusão social. Esse tipo de abordagem, situado em uma concepção de matemática pronta e estabelecida, toma por base, na seleção de conteúdos, um ensino enciclopédico, pela lógica das estruturas, geralmente desvinculado tanto das experiências dos estudantes quanto dos contextos sócio-históricos de produção do próprio conhecimento matemático.

Nessa concepção não problematizada da matemática, aulas expositivas predominam. Assim, o ensino pode facilmente se aproximar da memorização mecânica pela exposição do conteúdo pelo professor, que ocupa o lugar de único detentor do conhecimento, como criticam diversos autores no campo da Educação Matemática (e.g. FIORENTINI, 2005), em consonância com o trabalho de Paulo Freire. Nestes contextos, a avaliação é, em geral, rigorosa (não no sentido de mostrar ou dar prova de rigor formal, mas sim de não maleabilidade, dureza, inflexibilidade) e centrada na reprodução dos conteúdos. O ensino privilegia a apresentação de resultados e a reprodução de demonstrações de teoremas em detrimento da construção do pensamento matemático pelo aprendiz e, assim, os problemas que engendram esses resultados ocupam um lugar periférico. Comumente, se as respostas ou procedimentos apresentados pelos aprendizes diferem daquelas esperadas pelo professor, essas são consideradas erradas, mesmo quando estão formalmente corretas (FIORENTINI, 2006). Esses "erros" raramente ocupam um lugar que potencializa a criação, nem de "outros entendimentos" (GIRALDO; ROQUE, 2021). As relações entre professores e alunos são comumente verticalizadas e hierarquizadas, em aulas que perguntas e intervenções não são encorajadas, ou mesmo reprimidas. Os alunos, nesses casos, permanecem em silêncio, ouvindo o professor e copiando informações e procedimentos do quadro. Essa hierarquização reforça uma relação de opressão, que suprime a dimensão afetiva da Educação.

Essas considerações evidenciam como a perspectiva de matemática problematizada deve abarcar não apenas a dimensão epistemológica da matemática, como também do ensino da disciplina. É possível termos posturas docentes referenciadas por uma visão problematizada do conhecimento matemático, mas que, ainda assim, propiciem um ambiente mais alinhado com uma perspectiva bancária, sem considerar aspectos próprios da educação como prática política, tais como a produção de sentidos pelos aprendizes, a natureza das relações entre aprendizes e docentes, os objetivos da formação no contexto da formação social.

Freire (1987) advoga uma educação baseada em relações entre professor e estudantes descritas como educador-educandos e educandos-educador, numa dinâmica contínua de aprendizados mútuos. Ou seja, todos aprendem algo, todos ensinam algo, uns com os outros. Para Freire (1987), "a tendência, então, do educador-educando como dos educandos-educadores é estabelecerem uma forma autêntica de pensar e atuar. Pensar-se a si mesmos e ao mundo, simultaneamente, sem dicotomizar este pensar da ação" (p. 41). O autor ainda reforça a necessidade de o professor ser companheiro dos estudantes em suas relações com eles.

Essas considerações feitas por Freire (1987) dialogam diretamente com nossas ponderações sobre a formação de professores, e os saberes docentes para ensinar matemática nas escolas. De acordo Giraldo (2018, 2019), tanto na educação superior quanto na educação básica, predominam concepções socialmente construídas sobre a natureza da matemática como ciência, que têm repercussões nas formas como a matemática é ensinada: (1) a matemática é uma ciência do rigor, então deve ser ensinada de maneira rigorosa; (2) a matemática é uma ciência da certeza, então em seu ensino o erro é visto como deficiência a ser banida; (3) o conhecimento matemático é "organizado em teoremas", então seu ensino privilegia a apresentação de respostas objetivas e únicas; (4) a matemática é "inventada" pelo trabalho isolado de "gênios inatos", então sua aprendizagem é restrita a pessoas com "talento inato"; (5) a matemática é uma "ciência neutra", então, seu ensino deve ser desprovido de política. Nessa perspectiva, o entendimento da matemática não é para todos, apenas para os estudantes eleitos como "talentosos". Nesse caso, a função do professor se reduz a segregar alunos nas categorias dos "bons" e dos "fracos". Essas visões se naturalizam como mutuamente produtoras e produtos de um ensino de matemática em uma perspectiva não problematizada. Entendemos que abordagens pautadas por uma perspectiva problematizada da matemática podem atuar na desconstrução dessas visões socialmente disseminadas.

Para Freire (1996), é importante que o professor tenha consciência do que faz, porque faz e como faz; que estabeleça confrontos de como uma situação se apresenta, como está sendo desenvolvida, e como fazer coisas diferentes das que sempre se faz; e que, baseado na compreensão da prática, transforme-a, entendendo a escola como espaço de produção de saberes. O autor aponta para uma tomada de consciência, que possibilita o professor questionar as práticas de sala de aula – práticas antes naturalizadas que passam a ser questionadas e ressignificadas. Nesse sentido, entendemos que o conhecimento matemático escolar se desloca da discussão sobre '*o que deve ser*' tratado, para '*como deve ser*' e *'porque deve ser'*.

Nessa concepção problematizadora, o aluno ocupa posição ativa na construção do conhecimento por meio de investigações e interações com colegas e professores. Situar a escola como um *lugar de produção de saberes* em que os aprendizes têm participação ativa, e não simplesmente de aquisição, ou de transmissão de conhecimentos estabelecidos, tem implicações cruciais nos caminhos para (re)pensar as formas de exposição da matemática na educação básica. Assim, destaca-se mais uma vez uma relação de oposição entre exposição naturalizada da matemática *e* exposição problematizada da matemática (ROQUE, GIRALDO, 2014). Nesse sentido, Giraldo (2018) comenta que:

> Entendemos por *exposição naturalizada* aquela que se baseia apenas na consideração da *matemática estabelecida*, como um corpo de conhecimento que sempre foi e sempre será da forma que é hoje, ou que evolui linearmente de um estado visto como "mais atrasado" para um estado "mais avançado", por meio da inspiração isolada de

> “gênios com talento inato’. A *exposição problematizada*, em contrapartida, corresponde a uma concepção da matemática a partir de seus múltiplos processos sociais de produção – o que inclui tanto os processos históricos de produção de conhecimento, que levaram às formas como a matemática está estabelecida hoje, como os processos de produção e mobilização de saberes nos contextos sociais escolares (GIRALDO, 2018, p. 41).

A perspectiva de matemática problematizada não se opõe à matemática estabelecida, e sim, às formas de expor essa matemática. Como argumenta Giraldo (2019, p. 9), “não há, portanto, relação dicotômica ou oposição necessária entre uma abordagem problematizada de matemática na escola e um aprofundamento no conteúdo”. Em consonância com a perspectiva de matemática problematizada que defendemos, uma matemática do ensino, alinhada às ideias de Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS, SIMMT, 2006) também é caracterizada pela sua forma indissociável entre os saberes sobre a matemática estabelecida (currículos, conteúdos, conceitos matemáticos, etc.) e sobre as formas por meio das quais a matemática é produzida.

Nessa perspectiva, tanto a produção de conhecimentos da matemática como ciência como a construção de saberes matemáticos do ensino estão ligadas às culturas matemáticas diversificadas. Devemos, então, desnaturalizar a homogeneização do conhecimento e entender tal processo de uma dimensão plural, por meio de construções sociais, com e para coletivos de sujeitos críticos e reflexivos. Esse processo permanente de elaboração do sujeito e de coletivos, no enfretamento dos problemas da prática, resulta em produção de saberes (GIRALDO, 2018; ROMANOWZKI, 2007). Nesse sentido, os currículos dos cursos de licenciatura em matemática devem ser organizados partindo do papel de centralidade da escola na produção de saberes matemáticos de uma perspectiva cultural e problematizada, materializada tanto nas abordagens dos conteúdos matemáticos, como nas relações entre docentes da universidade, professores da educação básica e estudantes.

2.2.2.1 **História e tecnologias como elementos problematizadores na dimensão epistêmica do ensino de matemática**

Considerando a argumentação feita até aqui para a pesquisa relatada neste texto, elegemos história e tecnologias – que estão no centro dos processos de produção de conhecimento matemático, situados em diversos contextos e práticas históricas e sociais de produção e de mobilização de saberes e de formas de estar no mundo – como elementos estruturantes para uma abordagem problematizada da matemática do ensino.

Assim, percebemos a relevância da história para o ensino de matemática, bem como para a construção de saberes docentes com vistas a uma matemática do ensino. O uso da História da Matemática como uma espécie de *elemento problematizador* pode contribuir com o delineamento de uma concepção de formação de professores, em que a discussão sobre práticas situadas em outras épocas, e em outras culturas ajude a entender o que estudamos na matemática do presente e a reconhecer as formas como as diversas transformações sociais influenciam a produção de conhecimento matemática bem como seu ensino.

Essas considerações sobre a História da Matemática nos levam, ainda, a reflexões sobre o papel determinante das tecnologias nas formas de produção de conhecimento matemático. Historicamente, as tecnologias sempre estiverem presentes em práticas sociais, permeando os processos de produção de conhecimento matemático. Dessa forma, a produção de saberes de uma matemática do ensino e a inserção de tecnologias na prática docente se influenciam mutuamente. Assim, entendemos que o uso de tecnologias no ensino de matemática, tanto as de natureza digital como aquelas ditas "tradicionais", deve estar relacionado aos saberes docentes numa perspectiva em via dupla. Em uma direção, os saberes dos professores influenciam o papel das variadas formas de tecnologias nas práticas docentes. Reciprocamente, a inserção dessas diferentes tecnologias influencia o desenvolvimento e a mobilização de saberes docentes (e.g. ALMEIDA, 2015; ROQUE; GIRALDO, 2014, MOEHLER; MIAHRA, 2009). Giraldo, Caetano e Mattos (2012) destacam que:

> Referimo-nos a uma articulação natural entre o uso do computador e os demais recursos didáticos, metodologias e estratégias de ensino, compondo a abordagem pedagógica em uma via de mão dupla. Sob esta perspectiva, a questão a considerar não deve ser como recursos computacionais podem ser anexados a abordagens previamente estabelecidas, e sim como sua integração à prática docente pode viabilizar a produção de novas abordagens, possibilitando reestruturações da ordem e das conexões entre os conteúdos, e criando novas formas de explorar e de aprender Matemática (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012, p. VIII).

A articulação entre história e tecnologias no ensino de matemática deve, portanto, levar em consideração as práticas de diferentes culturas, e em diferentes épocas, que hoje identificamos como matemáticas. Um viés historiográfico tradicional ou presentista não possibilitaria tal articulação, pois desqualifica as tecnologias situadas em outras épocas, ou as coloca como "versões primitivas" daquelas usadas na matemática contemporânea, o que dificultaria uma perspectiva problematizada para o ensino de matemática. Em contrapartida, uma tendência historiográfica atualizada não tem por foco os conteúdos matemáticos em si, nem os procedimentos, métodos, algoritmos, técnicas ou tecnologias, mas sim em seus processos historicamente contextualizados. Saito observa que:

> A história da matemática, baseada em tendências historiográficas atualizadas, conduz a uma linha interpretativa diferenciada do conhecimento matemático na medida em que propicia abordá-lo numa complexa rede de relações que se entrelaçam diferentes concepções de ciência e outras posições de ordem ética, estética, filosófica, religiosa, política, ideológica etc. Ela desconecta os conteúdos matemáticos das malhas formais da matemática moderna e os reintegra ao processo histórico, permitindo ao educador a (re)significar as amarras conceituais e a propor novas estratégias de ensino (SAITO, 2016, p. 9).

Assim, explorar a história como um elemento problematizador no ensino de matemática requer articulação de questões de ordem pedagógica a uma perspectiva historiográfica. Ao caracterizar as diferentes perspectivas teóricas que sustentam as propostas de integrar história, ensino e aprendizagem de matemática, Miguel e Miorim (2019) apontam para as implicações que têm a escolha de uma narrativa histórica na elaboração de atividades tanto para a formação (inicial ou continuada) do professor, como também para a sala de aula. Esses autores destacam duas categorias de argumentos que justificam o uso da história no ensino de matemática: os de natureza *epistemológica* e os de natureza *ética*.

Nos argumentos de natureza epistemológica, os autores listam: (1) fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino; (2) fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da matemática escolar; (3) fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino e aprendizagens da matemática escolar; (4) fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da matemática escolar; (5) fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino e aprendizagens da matemática escolar na atualidade; (6) fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino e aprendizagens da matemática escolar; (7) fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino e aprendizagens da matemática escolar.

Dentre os argumentos de natureza ética, que também são fundamentais para a perspectiva da matemática problematizada, os autores listam: (1) fonte que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação do seu ensino; (2) fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas; (3) fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualidade como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da matemática; (4) fonte que possibilita uma apreciação da beleza da matemática e da estética inerente aos seus métodos de produção e validação do conhecimento; (5) fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar, dentre outros.

De forma convergente com nossa perspectiva de matemática problematizada, Miguel e Miorim (2019, p. 158) defendem "uma história que deveria se constituir a partir dos problemas e questões que emergem das e/ou se relacionam com as práticas sociais nas quais a cultura matemática se acha envolvida, se constitui ou é apropriada". Os autores destacam que:

> Uma história-problema é, portanto, uma história que põe problemas, isto é, que parte de problemas que se manifestam em práticas pedagógicas e investigativas do presente e que preocupam, de certa forma, o professor de Matemática e/ou o pesquisador em educação matemática do presente; é, portanto, uma história que se faz pensando tanto nos estudantes quanto nos futuros professores de Matemática desses estudantes, e não necessariamente nos historiadores ou nos matemáticos de ofício (MIGUEL; MIORIM, 2019, p. 149).

Miguel e Miorim (2019) colocam a História da Matemática como um campo de diálogo pedagógico em torno dos problemas a partir dos quais o professor pode recriar significados e sentidos. Por outro lado, Roque e Carvalho (2012) argumentam que:

> Entender os problemas que alimentam a matemática de hoje é praticamente impossível, haja vista sua complexidade e a especificidade da linguagem e do simbolismo nos quais eles se exprimem. Mas os conteúdos que ensinamos, desde o ensino fundamental até o ensino superior, já foram desenvolvidos há muitos séculos. Podemos, então, analisar o momento no qual os conceitos foram criados e como resultados, que hoje consideramos clássicos, foram demonstrados, contrabalançando a concepção tradicional que se tem da matemática como saber operacional ou técnico. Raramente entendemos o sentido dos conceitos e das ferramentas que aprendemos no ensino básico. A história da Matemática pode tirar do esconderijo onde se encontram os problemas que constituem o campo de experiência do matemático (Roque; Carvalho, 2012, p. X).

Araman e Batista (2013, 2017) constatam, a partir de investigações com enfoque no uso de história da matemática na formação docente do cenário nacional, que a inserção de elementos históricos potencializa a formação do professor de matemática, evidenciando a mobilização de saberes a partir da compreensão da natureza do conhecimento matemático, a compreensão dos conteúdos matemáticos, a formação metodológica, e a constituição de uma visão interdisciplinar. Para as autoras, "os estudos históricos proporcionam uma visão mais ampla do conhecimento matemático, em contraste com a visão especializada – e, por vezes, compartimentada – da formação inicial" (AMARAN; BATISTA, 2013, p.5).

> A partir de nossas investigações a respeito de saberes docentes mobilizados, foi-nos possível deduzir que a vivência de realizar uma pesquisa em história da matemática, na qual o objetivo seja o de elaborar uma abordagem pedagógica aplicável em sala de aula, proporciona ao docente uma formação que envolve muitos elementos, como conceituais, metodológicos e experienciais. Trata-se de um processo criativo, que contribui para a construção de vários saberes, da autonomia do professor e da sua

> identidade profissional, uma vez que supera a perspectiva da racionalidade técnica, como descrita por Schön (1995), situando o professor como sujeito produtor de saberes e conhecimentos (AMARAN; BATISTA, 2013, p.20-21).

As autoras concluem que o contato com os aportes teóricos e metodológicos da área de História da Matemática e elaboração de uma abordagem histórico-pedagógica, contribui para a construção de diversas dimensões de saberes para o ensino de matemática, destacando: (1) saberes relacionados à compreensão dos conteúdos matemáticos; (2) saberes relacionados à compreensão da natureza do conhecimento matemático; (3) saberes relacionados à capacidade de contextualizar o conhecimento matemático; (4) saberes relacionados à formação metodológica do professor; (5) saberes relacionados à percepção das relações entre o conhecimento matemático e outras áreas do conhecimento; (6) saberes relacionados à formação interdisciplinar do professor – capacidade de articular diversos elementos na construção de abordagens históricas.

Com respeito à articulação entre história e tecnologias, Borba, Silva e Gadanidis (2016) defendem a importância do reconhecimento nos processos de ensino e aprendizagens, de que diversas tecnologias sempre tiveram papéis determinantes nas formas de produção de conhecimento matemático. A posição dos autores reforça o contraponto para uma concepção de que o conhecimento matemático e seu ensino seriam, *a priori*, em relação às tecnologias, isto é, de que tecnologias seriam apenas ferramentas para expor ou ensinar melhor uma matemática que já é dada. Ao contrário, entendemos que o uso de tecnologias determina a própria produção de matemáticas. Esse caminho pode tanto situar tecnologias historicamente, como relacionar história e tecnologias em contextos educacionais.

Entendendo que história e tecnologias se entrelaçam dessa forma, defendemos um ensino e uma formação de professores com foco na produção de conhecimentos, voltados para práticas de sala de aula em que os atores envolvidos (professores e estudantes) ocupam um lugar de protagonismo como (re)inventores da matemática. Consideremos que a articulação da história e tecnologias, na forma como propomos neste trabalho, converge para esse lugar. Nesse contexto, as tecnologias ganham destaques por se constituírem, de forma entrelaçada com a história da matemática, como elementos potencialmente criadores de um ambiente problemático, mas situando aspectos epistemológicos, sociais e históricos na dimensão dos saberes docentes.

As tecnologias usadas no estudo empírico analisado neste trabalho englobam não apenas as digitais, como também as ditas tradicionais. Da mesma forma, no relato de Oliveira e Kikuchi (2018) de que "a aula sobre história da matemática e ensino, [...] teve uma oficina de produção de tabletes de argila para estabelecer relações entre ensino, história e conhecimento matemático na antiga Mesopotâmia" (p. 814), para potencializar a atividade pedagógica, explorou-se uma tecnologia historicamente situada, no caso os tabletes de argila. Entendemos o "ambiente problemático" a que Giraldo e Roque (2014) se referem como um espaço em que a investigação e a criação ocupam um lugar de centralidade, em que os aprendizes possam se engajar em processos de invenção matemática, de forma coerente com uma concepção de escola como lugar de produção de saberes – em oposição à exposição apenas de uma matemática estabelecida, de forma naturalizada em práticas que privilegiam a repetição de procedimentos mecanizados, voltadas apenas para a aquisição de informações prontas. Giraldo (2018) pontua que:

> Encontram-se também no ensino universitário práticas análogas a essas, no sentido da prevalência de exposições naturalizadas da matemática. Isso se verifica, por exemplo, em disciplinas iniciais de cálculo diferencial e integral, quando se opta por dar ênfase a procedimentos rotineiros que poderiam ser facilmente resolvidos por meio de métodos computacionais com recursos digitais, em lugar de explorar os fundamentos conceituais matemáticos desses métodos. Exposições naturalizadas verificam-se ainda quando a abordagem de disciplinas de matemática mais avançadas se reduz à apresentação de sequências de teoremas, sem que seus contextos matemáticos sejam discutidos, ou suas hipóteses sejam problematizadas. Tais práticas ignoram completamente as transformações recentes na sociedade e nas próprias formas de produção de conhecimento matemático científico, e apresentam a matemática essencialmente da mesma forma que ela era ensinada décadas atrás (GIRALDO, 2018, p. 41-42).

Considerando que as práticas de exposição naturalizadas em cursos de licenciatura podem engessar nos futuros professores tais visões sobre a matemática e seu ensino, é urgente repensarmos concepções de formação inicial de professores, sob pena de se cristalizar um modelo anacrônico de ensino de matemática na escola e na universidade. A perspectiva de matemática problematizada com que nos alinhamos neste trabalho, estruturada no entrelaçamento entre história e tecnologias, se coloca como uma das dimensões dos saberes de matemática do ensino, em oposição a um entendimento desses saberes de forma desconectada da atividade de fazer matemática.

Por fim, apresento o quadro 5 a seguir, com síntese descritiva do lugar das categorias problema, história e tecnologias nas perspectivas da matemática não problematizada e da matemática problematizada.

Quadro 5: Estrutura sintetizada do lugar do problema, história e tecnologias nas perspectivas da matemática problematizada e não problematizada

Categorias	Perspectiva da **matemática não problematiza**	Perspectiva da **matemática problematizada**
“Problema”	O problema é periférico, centralizando o resultado. O resultado, único e rigoroso, existe a priori, o que justifica a existência do problema.	O problema é central, o único a priori, possibilitando múltiplas (ou nenhuma) respostas.
História	Viés historiográfico tradicional (presentista), orientado pela lógica da ordem da estrutura.	Viés historiográfico atualizado, que considera a ordem das invenções.
Tecnologias	Restringe-se à concepção contemporânea de instrumentos tecnológicos. Se usada de forma mecânica, tem efeito epistêmico inócuo.	Instrumentos historicamente situados não são neutros, e são problemáticos. Utilização que desvela o valor epistêmico.

Fonte: Elaborado pelo Autor

3 CAMINHO METODOLÓGICOS: PASSOS EMPÍRICOS DA CAMINHADA

A Metodologia é compreendida como o caminho que consiste em estudar, compreender e avaliar os vários métodos disponíveis para a realização de uma pesquisa acadêmica. De acordo Prodanov e Freitas (2013), a Metodologia, em um nível aplicado, examina, descreve e avalia métodos e técnicas de pesquisa que possibilitam a produção e o processamento de informações, visando ao encaminhamento e à resolução de problemas e/ou questões de investigação. Neste capítulo, apresentamos os procedimentos metodológicos empregados para desenhar esta pesquisa e para analisar os dados produzidos. Destaco que, uma classificação da pesquisa "não pode ser tomada como absolutamente rígida, visto que algumas pesquisas, em função de suas características, não se enquadram facilmente num ou noutro modelo" (GIL, 2009, p. 44).

3.1 DELINEAMENTO DO ESTUDO

Ao observar o contexto do ensino de matemática e as limitações dos cursos de licenciatura em relação a uma formação de professores de matemática, entendida como uma formação profissional, esta pesquisa se situa no âmbito de práticas matemáticas do ensino, abarcando a formação docente em uma perspectiva de matemática problematizada, a partir da ressignificação do lugar do componente curricular Cálculo na licenciatura em matemática mediada pela história da matemática e por tecnologias. Entretanto,

> a coincidência entre o sujeito que estuda e o objeto de estudo abre um mundo de possibilidades, entre elas a de que o cientista se interrogue a si mesmo, enquanto membro de um grupo, sobre o significado das ações dos indivíduos desse grupo, através da introspecção ou da empatia. Outro elemento de grande relevância é que o produto do conhecimento das ciências sociais pode transformar o seu objeto, pois os seres humanos podem usar esse saber para mudar o seu comportamento (CANO, 2012, p. 98).

Diante dessa proposta de pesquisa, procuraremos não nos tornar "reféns dos modismos que assolam o campo acadêmico" (BRANDÃO, 2008, p. 608), nos desgastando em fazer escolhas, entre referências teórico-metodológicas em disputa, para optar por aquelas mais adequadas à questão sob investigação, como se houvesse oposição entre as técnicas quantitativas e qualitativas. De acordo Cano (2012),

> Embora o binômio 'Explicação *versus* Compreensão' seja conceitualmente diferente da comparação entre diversos tipos de metodologias, historicamente a busca pelas causas esteve mais associada a técnicas de pesquisa quantitativas, enquanto que o estudo do sentido da ação foi abordado, sobretudo, com técnicas qualitativas.

> Observe-se que isto não é uma necessidade lógica, apenas uma tendência histórica (CANO, 2012, p. 100).

Por se tratar de um estudo que visa a analisar as relações entre aspectos pedagógicos de conteúdos de uma matemática do ensino, e os elementos problematizadores passíveis de mediar o processo de ensino e aprendizagens dessa matemática, seu planejamento metodológico usa técnicas de produção e análise de dados que não precisam ser necessariamente considerados como antagônicas. Nesse sentido, nos alinhamos à observação de Brandão (2008) de que:

> Não cabe, nesta intervenção, aprofundar o equívoco das adjetivações de qualitativa ou quantitativa às pesquisas, de livre curso na área de educação. Muito menos retomar o velho e desgastado debate sobre a prioridade ao sujeito ou às estruturas na suposta superioridade ética e/ou política de uma ou outra abordagem. Aqueles que levam a sério as exigências do conhecimento do mundo social há muito passam ao largo desses debates (BRANDÃO, 2008, p. 609).

Uma pesquisa realizada dentro de sala de aula pode ter dimensões variáveis, a depender do nível de análise e "só tem sentido se admitimos de antemão que a realidade é mais complexa que a teoria, o que implica, necessariamente, que o trabalho de campo faça surgir novas questões não contempladas no corpus abstracto geral" (TEIXEIRA LOPES, 1996, p. 91), de modo que aspectos das duas abordagens podem emergir, por considerar os sujeitos em seu contexto de formação institucionalizada e possibilitar uma interpretação subjetiva dos fatos e dados quantificados.

Esta pesquisa envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos a partir da participação direta do pesquisador na situação estudada. Dentre diversos outros caminhos que poderiam ser seguidos, buscamos inspiração e aproximamo-nos às premissas identificadas no *concept study* (DAVIS, SMITH, 2006; DAVIS, 2010; DAVIS, RENERT, 2009, 2013, 2014) descritas na seção 2.1, para implementar um desenho metodológico e desenvolver uma dinâmica formativa. Cabe destacar, entretanto, que não se trata do desenvolvimento de um *concept study* fundamentado nas experiências da prática docente dos participantes, pois os eles ainda estão no processo de formação inicial. Os atravessamentos com a prática ocorreram por meio de lembranças oriundas de suas experiências como estudantes das escolas e em suas perspectivas para a futura atuação como professores. Entendemos que a concepção de saber docente como dinâmico, emergente, colaborativo e cultural é consonante com a perspectiva de matemática problematizada que defendemos e em que sustentamos esta pesquisa.

Partimos da ideia de que as aulas (atividades) serão desenvolvidas como estratégia de formação de professores, em que, ao mesmo tempo, os participantes estarão construindo e mobilizando saberes de matemática do ensino, e articulando-os com reflexões de natureza pedagógica situadas na prática docente na educação básica. Em particular, acreditamos que discussões envolvendo saberes de matemática do ensino em situações em que os futuros professores se encontrem no lugar de aprendizes de conteúdos da matemática universitária pode favorecer ao desenvolvimento da empatia como um aspecto de profissão docente.

Ao usarmos as premissas do *concept study* como referencial para os saberes de matemática do ensino nesta pesquisa, assumimos, de forma consoante com Davis e Smmit (2006), a posição de que o saber do professor de matemática deve contemplar, de forma indissociável, a matemática formalizada e sistematizada, posta como estabelecida, e os contextos sociais e históricos por meio dos quais a matemática é produzida. A partir do trabalho de Brent Davis e seus colaboradores, entendemos que os saberes de matemática do ensino não podem ser determinados por categorias prescritivas determinadas a priori. Ao contrário, deveria se estruturar e orientar o trabalho docente a partir da articulação entre categorias mais estáveis (conceitos matemáticos, conteúdos, currículo) e mais dinâmicas (coletividade da sala de aula, entendimento subjetivo) do conhecimento matemático, entendidas como inseparáveis.

Nesta pesquisa, levando essas reflexões para a formação inicial de professores de matemática, e em particular para o componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral II, nos *aproximamos* das ideais do *concept study* ao flexibilizar a estrutura de sua ementa institucionalizada, propiciando a inserção de elementos sobre o ensino em discussões coletivas com o grupo. Assim, a pesquisa empreendida envolve planejamento e desenvolvimento de aulas para formação inicial de professores, visando propiciar tanto condições favoráveis para a construção do conhecimento específico desse componente curricular, como investigações envolvendo o conceito de área voltado para a matemática do ensino de uma perspectiva problematizada.

Ao nos inspirarmos e aproximarmos das premissas do *concept study* como metodologia de ensino e de produção de dados, procuramos problematizar e propor alternativas para os modelos convencionais de formação inicial de professores que ensinam matemática, considerando a construção de saberes dessa área do ensino de forma integrada à prática profissional docente. A proposta de investigação de conceito de Davis e seus colaboradores pode se constituir tanto em uma metodologia de formação continuada, em que professores são autores do próprio processo formativo, como em um instrumento para produção de dados para pesquisas sobre saberes de matemática do ensino. Como esclarecem Giraldo et al. (2017):

> Na metodologia de investigação de conceito, as experiências das práticas dos professores participantes constituem o eixo norteador para a (re)construção de seus próprios saberes de matemática para o ensino. No **caso da formação inicial**, coloca-se então naturalmente a questão (e o desafio) de como incorporar a perspectiva sobre a prática. (GIRALDO, et al., 2017, p.14) [grifo nosso].

Nesse sentido, a partir da metodologia originalmente concebida pelos autores para formação em exercício, faremos aproximações sobre as premissas que a sustentam, para aplicação na formação inicial, por considerarmos que, desde essa etapa, devem-se formar professores com a perspectiva de que esses "são participantes vitais na produção de possibilidades matemáticas, dão forma e substância a matemáticas culturais, isto é, não só à matemática formal, mas também a diversidade de práticas, perspectivas e aplicações culturalmente situadas"[18] (DAVIS; RENERT, 2009, p. 41).

Buscando aproximações com as premissas que sustentam o *concept study*, proporemos um estudo sobre áreas, que se desenvolverá por meio do percurso de atividades *Ressignificando o cálculo de áreas (RCA)*, estruturada a partir da exploração de situações mediadas pela história da matemática e por tecnologias em uma perspectiva de matemática problematizada. A proposta tem foco na exploração de conceitos matemáticos sobre áreas de regiões planas poligonais e não poligonais, incluindo, em particular, regiões cujas fronteiras não são formadas exclusivamente por segmentos de reta, envolvendo investigações de suas origens históricas e aplicações, examinando as várias representações e definições utilizadas para descrevê-las.

Como etapa inicial do desenho metodológico da abordagem, foram propostas questões iniciais disparadoras para discussão coletiva, que diz respeito a um conteúdo matemático específico, e procuramos remeter diretamente às perspectivas profissionais futuras dos participantes, no caso específico do cálculo de áreas. Com inspiração na estrutura original do *concept study*, chamaremos essa etapa inicial de *percepções* (no original, *realizations*), em que proporemos aos participantes a composição de percepções por meio de um debate com todo o grupo. No entanto, *diferentemente da estrutura original*, que pode demandar várias seções, reservaremos apenas o primeiro encontro, devido à limitação de tempo do componente curricular. Devemos pontuar que na estrutura original, um aspecto fundamental é que as percepções são construídas com base nas experiências da prática docente dos participantes. No caso desta pesquisa, como os participantes são estudantes de graduação, não poderíamos assumir que eles tenham experiência como docentes na

[18] Do original: [...] teachers are vital participants in the creation of mathematical possibilities. Far from being peripheral agents who passively transmit established results of mathematics, teachers give shape and substance to cultural mathematics – that is, not only to formal mathematics, but also to the range of culturally situated applications, practices, and perspectives that are enabled by formal mathematics and by other mathematical frames of reference.

educação básica. Então, as percepções foram construídas com base em lembranças oriundas de suas experiências como estudantes da educação básica e em suas perspectivas para a futura atuação como professores.

Desta forma, o estudo empírico principal desta pesquisa foi conduzido em uma turma do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral II, ministrada pelo professor/pesquisador para o curso de Licenciatura em Matemática da UNEB – Campus VI, localizado na cidade de Caetité. Os participantes do estudo empírico foram os cinco estudantes do curso matriculados nessa turma. Essa universidade pública é a referência na formação de professores de matemática dentro de um raio de 240 km e tem carência de pesquisadores no campo de formação docente em matemática. Como estratégia metodológica para avaliar os instrumentos desenhados, antes do desenvolvimento do estudo principal, foi realizado um estudo piloto na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), no segundo semestre letivo de 2018 (2018.2). A condução desse estudo se deu por meio do desenvolvimento da atividade intitulada *Ressignificando o cálculo de áreas*.

3.2 CONTEXTO DO TRABALHO EMPÍRICO: O LUGAR DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Os debates acerca da especificidade da formação de professores, considerando que a docência demanda saberes próprios e diversos, se articulam com aspectos da profissionalização docente. Tardif (2000) destaca a importância da natureza desses saberes próprios do fazer docente como ponto de apoio para distingui-lo da atuação de outros profissionais. O autor destaca que o professor deve, além de saber a matéria, dominar saberes pedagógicos e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência de sala de aula (TARDIF, 2013). É a própria natureza desses saberes, que os fazem particulares do professor de matemática, e que caracterizam a docência como profissão.

Diante do exposto, nos currículos de cursos de licenciatura em matemática, é propício legitimar e incorporar as formas de atuação profissional do futuro professor de matemática na escola. A partir dessas preocupações, "as novas propostas sobre essa formação passaram a rever a relação teoria e prática. Assim, a prática assumiu uma nova concepção, não mais como campo de aplicação da teoria, mas ela mesma como espaço de formação" (ROMANOWSKI, 2007, p. 81). Nesse sentindo, é oportuno ressignificar o lugar da matemática nas licenciaturas em matemática, atentando-se para os aspectos dos conteúdos que devem ser aprofundados de acordo as especificidades da formação e com a formação do futuro profissional, professor de matemática.

No tocante ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de formação inicial de professores, Castro e Carvajal (2018) apontam que há diferentes perspectivas sobre como esse componente curricular é usualmente abordado.

> Por exemplo, existem pessoas que tendem a ensinar procedimentos algorítmicos, que permitem a solução de problemas de rotina. Outros grupos enfatizam provas rigorosas e formalismo matemático (Tall, 1997). Embora os avanços na computação tenham estimulado o uso de software para o ensino-aprendizado do cálculo diferencial e integral, algumas das propostas educacionais são reduzidas ao desenvolvimento de procedimentos algébricos, em vez da construção de conhecimento (Depool, 2005). (CASTRO; CARVAJAL; 2018, p.291).

Os autores apontam a necessidade de repensar a maneira como o Cálculo Diferencial e Integral é ensinado, desde os conteúdos propostos até a maneira como são estruturados e abordados, fomentando esse debate com vistas à formação inicial de professores de matemática (CASTRO; CARVAJAL, 2018). Neste contexto, com respaldo em Moreira e Ferreira (2013) e Fiorentini e Oliveira (2013), voltamos nossa preocupação para o lugar do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura em matemática, e para que práticas formativas possam emergir nesse componente curricular para favorecer a formação do futuro professor de matemática da educação básica. Ao nosso ver, são de central relevância para o debate educacional, no campo da formação de professores de matemática, os estudos com foco de investigação na relação entre os conhecimentos privilegiados pelos componentes curriculares específicos de matemática nos cursos de licenciatura, e aqueles requeridos e mobilizados nas práticas de ensinar e aprender matemática na escola básica.

Como alertam Fiorentini (2005) e Oliveira e Fiorentini (2018), tanto as componentes curriculares específicas como as pedagógicas formam didático-pedagogicamente o professor de matemática. Esses autores nos esclarecem que, na formação inicial, ao estudar, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, o aprendizado dos licenciados não se limita apenas a conceitos e procedimentos matemáticos diretamente associados ao componente curricular, mas inclui "também um jeito de estudar, de ser professor e de estabelecer relação com a matemática, podendo ser mais mecânica e procedimental ou mais conceitual e exploratória das ideias matemáticas, dependendo da forma como o professor ensina e faz a gestão da aula" (OLIVEIRA, FIORENTINI, 2018, p. 7). Ademais,

> não é suficiente o futuro professor conhecer teoricamente, ou a partir da didática da matemática, como podem ser e funcionar as demonstrações em um ambiente exploratório-investigativo com a matemática. É preciso que ele possa experienciar o

> processo de exploração e investigação nas disciplinas matemáticas da licenciatura, tais como: teoria dos números, cálculo diferencial e integral, álgebra, análise, geometria, fractais, teoria dos grafos etc (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 925).

Defendendo que os professores que ensinam matemática devem possuir o conhecimento matemático necessário para realizar seu trabalho profissional, Castro e Carvajal (2018) entendendo que o Cálculo Diferencial e Integral favorece a exposição de problemas que requerem a formulação de conjecturas, processos indutivos, argumentação e validação de conhecimentos matemáticos, reconhecem que "o cálculo diferencial e integral fornece ferramentas de conhecimento e habilidades para professores de matemática em formação inicial, essenciais para o seu desenvolvimento profissional" (CASTRO, CARVAJAL, 2018, p. 292).

Para pensar e discutir o lugar do Cálculo Diferencial e Integral na formação inicial do professor de matemática, devemos considerar a licenciatura como uma formação profissional, tal como a formação de outros profissionais, por exemplo, de médicos, de advogados, de engenheiros, etc. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; DAVIS; RENERT, 2009, 2012; DAVIS; SIMMT, 2006; TARDIF, 2013; FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, OLIVEIRA; FIORENTINI, 2018, NÓVOA, 2017). Neste sentido, dentre os caminhos para a formação de professores, "as mais interessantes centram-se numa formação profissional dos professores, isto é, numa ideia que parece simples, mas que define um rumo claro: a formação docente deve ter como matriz a formação para uma profissão" (NÓVOA, 2017, p. 1111, grifo nosso).

Dentre as múltiplas interpretações de prática do professor presentes na literatura de pesquisa, (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, 2009; FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013) destacamos três concepções, consideravelmente distintas, sobre relações entre conhecimento e prática elencadas por Cochran-Smith e Lytle, (1999, 2009) e discutidas na seção 2.1 desta tese, que, segundo as autoras, exercem influência nas formas de conceber e estruturar os programas de formação do professor (veja também FIORENTINI, CRECCI, 2016). Objetivamos discutir especificamente o lugar do Cálculo Diferencial e Integral na formação inicial de professores de matemática em diálogo com as três concepções propostas pelas autoras.

Na perspectiva de *conhecimento-na-prática*, o professor, que aprende a ensinar apenas ensinando, exerce um papel de projetista da ação educativa (COCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999, 2009), porém os conhecimentos docentes podem ser transmitidos entre professores (em geral, dos mais experientes para os mais novatos) na forma de procedimentos e técnicas pedagógicas replicadas como pouca reflexão. Fiorentini e Oliveira (2013) destacam que, nessa concepção, a matemática ocupa lugar central e majoritário, porém deixando em evidência o "conhecimento matemático clássico – em sua tradição platônica e euclidiana e, às vezes, formalista estrutural, – do que um saber problematizado e vetorizado (isto é voltado e direcionado) à formação matemática e didático-pedagógica do professor da escola básica" (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 920).

Portanto, no contexto da formação de professores de matemática, nessa concepção – em que o conhecimento docente emerge na prática (apenas) – o componente curricular Cálculo Diferencial e Integral parece ter efeito inócuo, provocando o efeito que alguns autores (e.g. RANGEL, GIRALDO, MACULAN FILHO, 2015; ROQUE, GIRALDO, 2014) apontam para os cursos de licenciatura em matemática. Algumas pesquisas (e. g. CASTRO; CARVAJAL, 2018, DAZA; GARZA, 2018) afirmam que nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral há uma tendência a se concentrar no desenvolvimento de habilidades nos aspectos mecânicos, bem como na memorização de algoritmos. A concepção conhecimento-na-prática pode estar associada à priorização no ensino de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de licenciatura em matemática, do saber do conteúdo por si, ou seja, pelo próprio conteúdo, sem relações com a prática.

Consideramos que os conteúdos da matemática superior são importantes na formação do professor de matemática, pois podem ampliar, assim, suas visões acerca da matemática como campo de conhecimento. Entretanto, num contexto de formação de professores, saber o conteúdo para ensinar não se reduz a saber o conteúdo pelo próprio conteúdo. Nesse sentido, Nóvoa (2019) considera que não podemos "permitir que a formação de professores seja redefinida por modelos praticistas que defendem o regresso a uma mera formação prática, no terreno, no chão da escola, junto de um professor mais experiente, corroendo assim as bases intelectuais, críticas, da profissão docente" (NÓVOA, 2019, p. 13).

A segunda perspectiva, denominada por Cochran-Smith e Lytle (1999, 2009) como *conhecimento-para-prática*, vê a prática de ensinar da matemática como campo de aplicação de teorias e conhecimentos produzidos, sistematicamente, pela pesquisa acadêmica. Assim, nessa concepção, o conhecimento para o ensino consiste principalmente no que é comumente chamado de "conhecimento formal", ou teorias gerais e descobertas baseadas em pesquisas sobre uma ampla gama de tópicos fundacionais e aplicados que, juntos, constituem os domínios básicos do conhecimento sobre o ensino, amplamente referidos por educadores como "a base de conhecimento" (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 254). Tais autoras, assim como Oliveira e Fiorentini (2018), consideram que essa é a concepção que mais prevalece na formação de professores, respaldando-se numa equivocada ideia de que "saber mais (por exemplo, mais matéria, mais teoria educacional, mais pedagogia, mais estratégias instrucionais) ensina melhor" (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 254). Em nossa interpretação, acentua-se nessa perspectiva de prática a estrutura curricular "3+1", três anos de formação de conteúdos específicos de matemática, mais um ano de conhecimento didático-pedagógicos (MORREIRA, 2012). Primeiro, o futuro professor passa por uma etapa de formação teórica, que engloba conhecimentos disciplinares específicos, para depois aprender a transpor esses conhecimentos para o ensino por meio das ciências da educação e metodologias de ensino. Isto é, a aplicação desses conhecimentos na prática docente viria como uma etapa desvinculada da primeira, por meio de um processo de treinamento profissional (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013; MORREIRA; FERREIRA, 2013).

No contexto da formação de professores de matemática segundo essa concepção, a matemática também é centralizada e fundamental, porém, ainda fortemente distanciada das práticas escolares, pois a aplicação desses conhecimentos passa por processos de formalização técnica e de transposição do conhecimento científico para o ensino. De acordo Oliveira e Fiorentini (2018):

> A maioria das práticas formativas privilegiadas na licenciatura em matemática assume a perspectiva de que o professor necessita desenvolver um conhecimento para a prática e adota uma visão instrumental na relação entre teoria/pesquisa/conhecimento e prática. Nessa perspectiva, ensinar é um processo de aplicação, em uma situação prática, de um conhecimento recebido: os professores traduzem, implementam, usam, adaptam e colocam em prática o que aprenderam da base de conhecimento (OLIVEIRA, FIORENTINI, 2018, p.12).

Em síntese, essa concepção só reconhece uma matemática que é pronta, fechada e isolada em relação a outros saberes docentes, e resulta unicamente do trabalho de matemáticos profissionais, mas que pode ser transposta ou adaptada para o contexto do ensino. Para Fiorentini e Oliveira (2013), "nessa perspectiva, o processo formativo enfatiza mais a dimensão técnica e didática (relações entre professor-aluno-conteúdo e métodos de ensino) do que a pedagógica (o sentido, a relevância e as consequências do que ensinamos)" (p. 921).

Nesse contexto, o papel formativo do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral pode ficar centralizado na figura do professor como exemplo a ser imitado, especialmente se a sua prática reforçar procedimentos internalizados na educação básica. Como observam Nóvoa e Vieira, (2017), "todos sabemos, há muito tempo, que os estudantes das licenciaturas nunca fazem, mais tarde, aquilo que lhes dizemos para fazerem, mas aquilo que com eles fizermos durante a formação" (p. 22). Como destaca Tardif (2000; 2002), os futuros professores, antes mesmo de ensinar nas escolas, passam nelas, como estudantes, por um período de processos de ensinar e aprender. Neste sentido Fiorentini (2005) esclarece que:

> Algumas pesquisas têm mostrado, segundo estudos de Zeichner e Gore (1990) nos EUA e Camargo (1998) no Brasil, que as disciplinas específicas influenciam mais a prática do futuro professor do que as didático-pedagógicas, sobretudo porque as primeiras geralmente reforçam procedimentos internalizados durante o processo anterior de escolarização e as prescrições e recomendações das segundas "têm pouca influência em suas práticas posteriores". Uma das razões disso é o fato de as disciplinas didático-pedagógicas, muitas vezes, serem fortemente prescritivas – dizendo como o professor deve ensinar, de acordo com um modelo ideal de ensino - ou limitarem-se a promover críticas de práticas vigentes sem que os futuros professores tenham oportunidade de experienciá-las e problematizá-las em contextos de prática. Assim, na hora de iniciar a docência na escola, tendem a mobilizar aqueles modos de ensinar e aprender Matemática que foi internalizado durante a formação escolar ou acadêmica do futuro professor (FIORENTINI, 2005, p.111).

Ademais, Oliveira e Fiorentini (2018) apontam que "a maioria das práticas formativas privilegiadas na licenciatura em matemática assume a perspectiva de que o professor necessita desenvolver um conhecimento para a prática e adota uma visão instrumental na relação entre teoria/pesquisa/conhecimento e prática" (p. 12). Alguns pesquisadores (e.g. CHOCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999, 2009, GIRALDO et al, 2018) advogam que o conhecimento da prática pedagógica dos professores não deve ser gerado apenas de "fora para dentro", isto é, por pesquisadores especialistas distanciados das práticas escolares, ao tempo que destacam a importância de professores como produtores de conhecimentos sobre o ensino na prática escolar.

Na terceira perspectiva, que Cochran-Smith e Lytle (1999, 2009) chamam de *conhecimento-da-prática*, "a prática pedagógica da matemática é vista como prática social, sendo constituída de saberes e relações complexas que necessitam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e continuamente transformadas" (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 921). Os autores consideram que "isso requer uma prática formativa que tenha como eixo principal de estudo e problematização as múltiplas atividades profissionais do professor de matemática" (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 921). Nesse sentido, Nóvoa (2017, p. 1127) reforça que "ser professor não é apenas lidar com o conhecimento, é lidar com o conhecimento em situações de relação humana". Segundo essa perspectiva, defendemos que a missão de um professor de matemática não se limita a ensinar o conteúdo matemático, mas inclui, sobretudo, atuar na formação de estudantes por meio da matemática. Fiorentini e Crecci (2016) destacam que a concepção de conhecimento da prática, "propõe que os professores também desenvolvam conhecimentos e teorias por meio da investigação da própria prática, constituindo comunidades investigativas locais conectadas com outras comunidades mais amplas ou globais" (p. 511). Trata-se, portanto, de um conhecimento local *da* prática. Dessa forma, "o conhecimento relativo ao ensino é visto como um saber que não pode ser cindido em conhecimento formal (ou teórico) e em conhecimento prático" (FIORENTINI; CRECCI, 2016, p. 512).

Considerando que esse profissional pode atuar em diferentes contextos sociais que estejam relacionados à sua formação, podemos admitir que a matemática se configura como prática social, sendo desfocada, como objeto central e ocupando um lugar de relações múltiplas. Ou seja, conforme esclarecem Fiorentini e Oliveira (2013) e Oliveira e Fiorentini (2018), a matemática em ação profissional do professor de matemática está sempre situada práticas sociais específicas – especialmente na conjuntura de produção e de negociação de significados nos processos de comunicação, de ensino e aprendizagens ou de utilização de procedimentos matemáticos, "na qual ganha sentido e forma/conteúdo próprios, sendo reconhecida e validada no/pelo trabalho" (FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013, p. 922).

Nesse contexto, é oportuno pensar o Cálculo Diferencial e Integral como um componente curricular que possa direcionar suas próprias práticas formativas visando não apenas a uma formação conceitual em torno de um conteúdo, mas também à formação de uma matemática culturalmente ampla e diversificada, explorando aspectos histórico-epistemológicos e didático-pedagógico. Nesse sentido:

> O professor precisa conhecer o processo de como se deu historicamente a produção e a negociação de significados em Matemática, bem como isso também acontece, guardadas as devidas proporções, em sala de aula. Além disso, precisa conhecer e avaliar potencialidades educativas do saber matemático; isso o ajudará a problematizá-lo e mobilizá-lo da forma que seja mais adequada, tendo em vista a realidade escolar onde atua e os objetivos pedagógicos relativos à formação dos estudantes tanto no que respeita ao desenvolvimento intelectual e à possibilidade compreender e atuar melhor no mundo (FIORENTINI, 2005, p. 109-110).

Mediante essa perspectiva, uma abordagem do Cálculo Diferencial e Integral na licenciatura em matemática pode contribuir para que o futuro professor de matemática perceba que – para além de dominar conceitos e procedimentos da matemática – é importante, sobretudo, conhecer seus fundamentos epistemológicos, seus desenvolvimentos históricos, suas relações com contextos sociais, seus usos sociais e as diferentes linguagens por meio das quais se podem representar ou expressar conceitos matemáticos para a construção de saberes docentes emergentes da prática e dinâmicos, no sentido em que as reflexões a partir da prática e para a prática os colocam em permanente transformação (DAVIS; SIMMT, 2006; GIRALDO et al, 2018).

3.3 RESSIGNIFICANDO O CÁLCULO DE ÁREAS: DESCRIÇÃO DO PERCURSO

A produção de dados empíricos desta pesquisa, em um estudo piloto e em um estudo principal, se deu a partir de um percurso de atividades que chamamos *Ressignificando o cálculo de áreas* (ao qual nos referiremos a partir daqui pelas iniciais *RCA*), desenhado para desenvolvimento por pequenos grupos de participantes em forma de oficina e construído a partir de um produto educacional resultado de um trabalho de mestrado profissional em matemática (SILVA, 2016). O objetivo desse percurso de atividades é criar pontes entre a matemática superior e a educação básica, em um ambiente dinâmico e cooperativo, no qual os estudantes são instigados a investigar, criar conjecturas, testar hipóteses, criar conceitos através de noções intuitivas e formalizar definições, atuando como agentes ativos e reflexivos na construção do próprio conhecimento e competências profissionais. Tais objetivos estão alinhados à perspectiva defendida por Fiorentini e Oliveira (2013) de que:

> Não é suficiente o futuro professor conhecer teoricamente, ou a partir da didática da matemática, como podem ser e funcionar as demonstrações em um ambiente exploratório-investigativo com a matemática. É preciso que ele possa experienciar o processo de exploração e investigação nas disciplinas matemáticas da licenciatura, tais como: cálculo diferencial e integral, [...] (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 925).

Originalmente, o percurso era estruturado em três etapas [19] (como foi aplicado no estudo piloto desta pesquisa). Posteriormente, foi desdobrado em quatro etapas (na forma em que foi aplicado no estudo principal):

[19] A proposta inicial, desenvolvida anterior como produto educacional do mestrado profissional do autor desta tese, inclui apenas duas etapas. A ideia de inclusão das etapas III e IV surgiu a partir da aplicação do estudo piloto desta tese (como discutiremos na seção a seguir). A etapa III foi aplicada no estudo piloto e no estudo principal, e a etapa IV apenas no estudo principal.

- **Etapa I**: atividade de cálculo áreas de uma figura plana não poligonal explorando um material didático construído com tecnologias ditas tradicionais;
- **Etapa II**: atividade de cálculo da mesma área da etapa I, explorando tecnologia computacional;
- **Etapa III**: atividade explorando partes do jardim da universidade para o cálculo de áreas;
- **Etapa IV**: planejamento e desenvolvimento pelos participantes de uma oficina sobre o cálculo de áreas na educação básica.

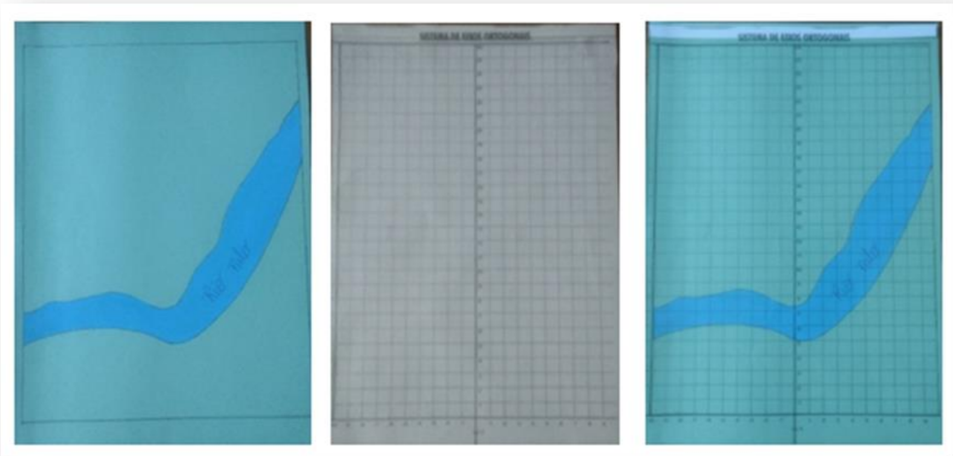
Para essas etapas, não há um planejamento rígido de atividades a serem realizadas. Elas são conduzidas a partir das percepções e reações dos participantes que vão emergindo. Foi solicitada a entrega de um relatório estruturado de todas as etapas por cada participante.

A **etapa I** desenvolveu-se a partir de uma tecnologia construída com materiais de baixo custo, tais como cartolinas, tinta azul para papel, papel transparência (folha de acetato), régua, caneta e calculadora. A construção dessa tecnologia dita tradicional (isto é, não baseada em recursos digitais) na educação (e.g. GIRALDO; ROQUE, 2014; HENRIQUES 2019; MISHRA, KOEHLER, 2006) faz uso de conhecimentos de funções e gráficos. Também integra as tecnologias empregadas nesta etapa um texto intitulado *Ponderações históricas da sistematização e formalização do cálculo de áreas* (anexo A), utilizado para introdução das atividades. Esse texto, que foi adaptado de uma revisão bibliográfica, apresenta alguns elementos históricos da matemática sobre contribuições de povos antigos, em especial as atividades agrícolas do Antigo Egito nas margens do rio Nilo. Pais (2006) observa que "como acontece nas demais ciências, os valores da matemática, enquanto ciência historicamente construída pelas diversas civilizações, são criados e recriados pelos conflitos de uma longa evolução de pesquisa" (p. 18). Dessa forma, buscamos na história reflexões convergentes às atividades propostas para (re)construir o conceito de área estudado na educação básica e suas implicações para a formalização da integral, estudada no ensino superior.

A proposta dessa atividade é calcular a área de um terreno (fictício) com formato não poligonal situado às margens do rio Nilo, utilizando, em um primeiro momento, tecnologias inspiradas naquelas empregadas por povos que habitavam a região nos séculos IV e V A.E.C. (ROQUE, 2012) conforme os passos descritos a seguir. Primeiramente, foi feito um desenho em cartolina, representando região às margens do rio (Figura 2, imagem à esquerda). As linhas que formam as margens do rio são gráficos de funções traçados em um sistema de eixos cartesianos não exibido explicitamente. Mais especificamente, as linhas que formam as margens nos intervalos de [-10,0] e [0,10] são ambos arcos de parábolas. Em seguida, esse sistema de eixos coordenados foi impresso como malha quadriculada em folha de acetato (Figura 2, imagem central) e sobreposto na cartolina, o que permitia visualizar as margens do rio como gráficos no plano cartesiano (Figura 2, imagem à direita). Cabe destacar que as medidas utilizadas tinham objetivos puramente didáticos, e não representavam as medidas reais do rio Nilo.

No início da atividade, os grupos de participantes recebem apenas o desenho em cartolina (Figura 2, imagem à esquerda), representando a região às margens do Nilo, e foram solicitados a calcular aproximações para sua área da forma que preferissem. Após registrarem os resultados, recebem o sistema de eixo ortogonais num papel transparência, que tinha o objetivo de possibilitar conjecturas sobre que curvas formam o desenho das margens nos intervalos [-10,0]e [0,10], ambas arcos de parábolas, que têm em comum o ponto $(0,1)$. As expressões analíticas para essas curvas poderiam ser encontradas por quaisquer métodos escolhidos pelos participantes (como interpolação polinomial ou resolução de sistema de equações a partir da equação genérica da parábola). A conclusão dessa primeira etapa é pela determinação das equações que representavam globalmente as curvas, por uma lei de formação, estruturando uma função $f\colon [-10, 10] \to \mathbb{R}$, instaurando discussões sobre o tema funções com vistas à educação básica.

Figura 2: Material didático produzido para o percurso de atividades *RCA*.



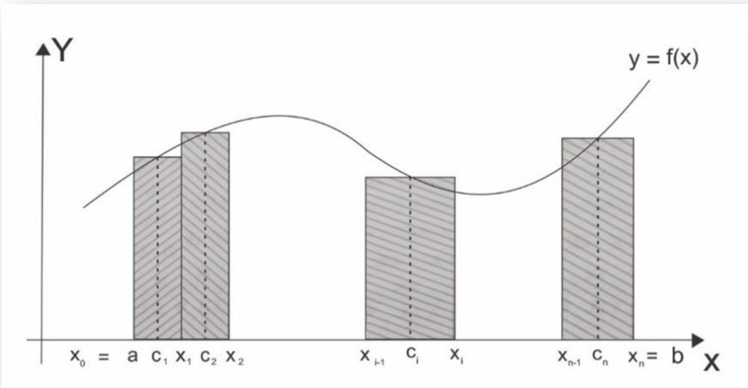
Fonte: Elaborado pelo autor

Na **etapa II**, os grupos são convidados a recalcular a área da mesma região, porém, usando apenas retângulos. Olhando para o desenho pela perspectiva do sistema de eixos ortogonais (Figura 2, imagem à direita), os participantes são orientados a determinar outras três aproximações para a área da região dada (usando 10, 20 e 40 retângulos com bases sobre o eixo dos x e altura determinada pela função da curva do rio), e a comparar seus resultados com a primeira resposta registrada. Como na etapa anterior, os participantes têm liberdade de usar as tecnologias que quiserem para proceder nessa atividade.

A continuação dessa etapa ocorre em ambiente computacional, em que são exploradas planilhas eletrônicas para os mesmos cálculos (com 10, 20 e 40 retângulos), e também para 100, 200 e 1000 retângulos, e quantos mais os participantes quiserem. Esse procedimento é ilustrado na figura 3 e pode ser descrito da seguinte forma:

1) subdividir o intervalo [-10,10] em n subintervalos $[x_{i-1}, x_i]$, $i = 1 \dots n$, com comprimentos iguais $b_i = \frac{20}{n}$;
2) determinar os valores da função nos pontos médios desses subintervalos, $c_i = \frac{x_{i-1}+x_i}{2}$ dados por, $h_i = f(c_i)$;
3) determinar o somatório das áreas dos retângulos de basesb_i e alturas h_i.

Figura 3: Uma representação geométrica da definição da Integral



Fonte: Adaptado de Flemming e Gonçalves (1992, p.358)

Neste estágio da atividade, é propícia a discussão sobre a importância do uso de tecnologia em sala de aula. Exploramos esse tema a partir do debate sobre o texto "O uso de tecnologia no ensino de matemática", extraído de Giraldo et al. (2012). Os resultados desses cálculos motivam discussões sobre a inserção do conceito de limite no cálculo da área dada, levando à introdução da construção por somas de Riemann e da definição de Integral Definida de curvas delimitadas por retas num intervalo fechado.

A **etapa III** consiste em atividades desenvolvidas em ambientes externos à sala de aula, visando, em particular, a promover um ambiente de aprendizagem menos convencional.

No caso exposto, as atividades foram desenvolvidas no jardim da universidade, que tem um design cheio de curvas, e que favorece os trabalhos. Esta etapa também abre espaço para discussão coletiva com a finalidade de estruturar a melhor forma de realizar a atividade. Os grupos são convidados a escolher um local específico da parte externa da universidade e a elaborar uma situação-problema didática (com medidas reais) para resolução com aplicação da integral. Espera-se que uma abordagem problematizada nesta atividade permita que os participantes percebam que modelagens de situações reais não apresentam um comportamento tão regular quanto exercícios que comumente aparecem nos livros didáticos. Essa etapa é desenvolvida fora do horário de aula, e deve conter registros de imagens, com descrição dos procedimentos em relatório.

Para finalizar, a **etapa IV** é um desdobramento das três etapas anteriores, com a finalidade de que os participantes reflitam e pratiquem o conceito de área a partir da matemática escolar. Tal etapa se inicia com discussões coletivas sobre a metodologia e tecnologias empregadas nas aulas de CDI2, fazendo inferências acerca de possibilidades semelhantes na educação básica, com o intuito de propor a construção e o desenvolvimento de uma oficina sobre o estudo de áreas nas escolas. Em seguida, é solicitada aos grupos a elaboração de um plano de aula para uma proposta de abordagem sobre áreas na educação básica, em que história e tecnologias afiguram como elementos problematizadores. Os planos de aula devem incluir a descrição dos procedimentos didáticos, bem como anexos de possíveis tecnologias empregados (textos, mídias, etc.) para socialização e sugestões coletivas.

É reservado um momento das aulas na universidade para que os grupos exponham na turma o planejamento e tecnologias programados para a oficina na educação básica. Todos os participantes podem tecer comentários e sugestões, sobre o plano de aula, os procedimentos metodológicos e a utilização de tecnologias. Após essa parte, os participantes aplicam as oficinas planejadas em escolas da educação básica. Todo material produzido deve constituir o relatório da atividade. Previamente à aplicação, os grupos devem solicitar autorização nas escolas para a realização das atividades.

3.4 O ESTUDO PILOTO

O estudo piloto foi conduzido em uma turma do componente curricular Cálculo de uma Variável II do curso de Licenciatura em Matemática da UFRJ, ministrada em modalidade de docência compartilhada (GIRALDO et al, 2017, 2018) pelo autor e pelo orientador desta pesquisa, no segundo semestre letivo de 2018, entre 6 de agosto e 3 de dezembro daquele ano, totalizando 17 semanas com aulas. A disciplina tem carga horária total 60 horas/aula e é obrigatória para o curso de licenciatura em matemática, estando posicionada no segundo período de sua distribuição curricular recomendada. A disciplina foi ministrada em formato presencial às segundas-feiras das 18h30 às 22h00, na sala D-213 do prédio do Centro de Tecnologia da UFRJ. A turma era composta por 41 licenciandos, com grande variação de idades.

Essa experiência teve caráter exploratório e serviu para o desenho dos instrumentos e para o direcionamento das investigações no estudo principal, realizado na UNEB no ano seguinte. O estudo piloto é uma estratégia metodológica que auxilia o pesquisador a avaliar o instrumento de pesquisa desenhado, pois é aplicado antes dele entrar em contato com os sujeitos do estudo definitivo. Como observa Yin (2001), o estudo piloto auxilia o pesquisador "na hora de aprimorar os planos para a coleta de dados tanto em relação ao conteúdo dos dados quanto aos procedimentos que devem ser seguidos" (p. 100). Para tirar maior proveito de um estudo piloto, é importante que seja desenvolvido em um ambiente que se aproxime daquele do estudo principal.

Nessa perspectiva, elegemos uma turma do componente curricular Cálculo II, em que exploramos o conceito de Integral, e implementamos uma abordagem problematizada, respaldada em história e em diversas tecnologias para investigarmos como essa prática pedagógica pode contribuir para a construção de saberes de matemática do ensino durante a formação inicial de professores de matemática. Os dados do estudo piloto foram produzidos por meio de notas de campo e de produções escritas dos licenciandos participantes (que detalharemos mais adiante).

No primeiro encontro do desenvolvimento do estudo piloto, foi conduzida uma discussão sobre como aproximar a matemática universitária da escola básica, criando conexões entre as matemáticas de ambos os espaços. Foi explanado que a ementa de conteúdo do curso versava sobre a Integral e que esse conceito está intimamente relacionado ao cálculo de áreas. Dessa forma, as aulas se desenvolveram a partir das articulações estabelecidas entre o tema central que amparou a discussão (cálculo de áreas) e outros tópicos e campo da matemática e o seu ensino da educação básica.

A abordagem da disciplina foi inspirada nas premissas da estrutura de *concept study*, proposta por Davis e seus colaboradores, que se organiza por meio de grupos de professores envolvidos em um estudo colaborativo, no qual seus conhecimentos e suas experiências são compartilhados em uma discussão coletiva, visando à reflexão sobre o conhecimento de matemática do ensino. Neste caso, por se tratar de professores em formação inicial, o compartilhamento se respaldou nas reflexões de experiências como alunos da educação básica, e em perspectivas e expectativas de práticas docentes futuras. Com o objetivo de fazer emergir essas reflexões, no início da disciplina, foram propostas à turma quatro perguntas disparadoras, a serem respondidas por escrito:

(1) O que você entende por área?

(2) O que você entende por medida de área?

(3) Como você aprendeu o conteúdo área na educação básica?

(4) Como você pretende ensinar área da educação básica?

Tais perguntas dispararam um episódio representativo para a etapa inicial do estudo piloto. As respostas dos participantes foram discutidas coletivamente, enfocando principalmente as respostas 3 e 4, com vistas a promover reflexões sobre saberes do ensino. Neste primeiro momento, desenvolvemos uma atividade que consistiu em medir as dimensões e a área da sala de aula, fazendo uso apenas de uma corda de 11 metros de comprimento. As discussões sobre *o que é medir* e as necessidades inerentes ao homem de fazer medições nos remeteram a reflexões sobre possibilidades de abordagem na educação básica, destacando aspectos históricos e tecnológicos socialmente situados.

Nos encontros seguintes, foi desenvolvido o percurso de atividades *RCA* na sua versão em três etapas (etapas I, II e III, descritas na seção anterior). A ideia de solicitar aos participantes o planejamento de uma proposta de abordagem para o conceito de área na educação básica surgiu durante o estudo piloto, como uma forma de provocar a mobilização de saberes de matemática do ensino de forma articulada com a discussão sobre os conteúdos do componente curricular de Cálculo. Essa atividade passou a constituir a etapa III do percurso, que também foi aplicada no estudo principal. Além disso, a reestruturação dessa ideia, na direção de incluir a aplicação efetiva da proposta de abordagem com alunos da educação básica, passou a constituir a etapa IV, que foi aplicada apenas no estudo principal.

Procedimentos didáticos

Na etapa I do percurso de atividades, os procedimentos realizados pelos participantes, que consistia em inscrever figuras regulares conhecidas na educação básica (quadrados, retângulos, triângulos e trapézios) na região explorada foram ponderados e discutidos, com base no método da Exaustão, praticado na antiguidade grega. Na etapa II, passamos a fazer uso de tecnologias digitais para calcular aproximações para a área proposta na atividade. Assim, foi utilizado o laboratório de informática do Instituto de Matemática da UFRJ (IM-UFRJ), com a exploração de um software de planilhas eletrônicas, com as quais os participantes calcularam aproximações para a área por meio de vários números de retângulos (10, 20, 40, 100 e 200). As discussões se basearam no conceito de somas de Riemann e se desdobraram para a formalização da definição de integral e do Teorema Fundamental do Cálculo. Na etapa III, foi pedido aos participantes que planejassem uma proposta de abordagem sobre determinação da área do círculo, respaldada pela história e/ou tecnologias, para ser ministrada na educação básica.

Dessa forma, as aulas se desenvolveram a partir das articulações entre o cálculo de áreas e outros tópicos e campos da matemática, como, por exemplo, o conceito de medida, grandezas incomensuráveis e números reais, sempre procurando proporcionar reflexões sobre saberes de matemática do ensino da educação básica. Durante o desenvolvimento das atividades, foi pedido que os alunos registrassem os procedimentos adotados, as dificuldades encontradas, eventuais conjecturas, observações, etc., para a elaboração de um relatório estruturado do percurso de atividades.

Apresentando alguns dados

Nesta subseção, apresentamos e discutimos alguns dados produzidos a partir das produções escritas dos licenciandos participantes. Não visamos proceder à análise abrangente, e sim destacar alguns aspectos do estudo piloto que influenciaram o desenho, a preparação e a condução do estudo principal (conforme o objetivo do estudo piloto).

As produções escritas dos licenciandos participantes que compuseram os dados empíricos do estudo piloto incluíram: respostas individuais escritas a partir das perguntas disparadoras; relatórios estruturados em grupo do percurso de atividades, incluindo as etapas I, II e III; respostas individuais escritas acerca da avaliação da disciplina (prova final). A fim de preservar a identidade dos participantes, nos referiremos a eles usando a simbologia Pn (em que n é um número correspondente ao participante). De forma semelhante, usamos o símbolo Gn para designar os grupos no caso das produções provenientes dos relatórios estruturados.

As perguntas disparadoras 1 e 2 estão intimamente relacionadas. Na pergunta 1 – *O que você entende por área?* – a maioria das respostas trazem as palavras-chave *espaço* e/ou *figura* para expressar os entendimentos dos participantes sobre área, embora tenham ocorrido poucas respostas que, na forma de redigir, se diferenciam das demais, como por exemplo: “*para mim, área é uma capacidade de agrupamento” (P5, 27/08/2018).* Apresentamos alguns exemplos:

> *É o espaço superficial delimitado por alguma marcação ou distância.* (P1)
> *Eu entendo área como o cálculo do valor que uma figura ocupa, isso sendo calculado em duas dimensões.* (P2)
> *Quantidade de espaço medido por unidade de medida.* (P3)
> *A área eu entendo como o espaço dentro de uma figura.* (P11)
> *Área é o espaço de um plano ocupado por determinada figura.* (P28)

Esses participantes expressam um entendimento de área fortemente atrelado à ideia de medida numérica. Roque (2012) afirma que "nas práticas de medida, os problemas geométricos são transformados em problemas numéricos. A escolha de uma unidade de medida basta para converter um comprimento, uma área ou um volume em um número" (p. 94). Nesse sentido, Ripoll, Rangel e Giraldo (2015) explicam que "medir é determinar quantas vezes uma grandeza cabe em outra, ou determinar quantas vezes a unidade 'cabe' na grandeza a ser medida." (p. XXX). Entretanto, esses autores pontuam que o conceito de área como grandeza antecede a noção medida numérica de área. Desse modo, as respostas dos participantes acerca da pergunta 2 confirmam as visões sobre áreas diretamente relacionadas ao conceito de número:

> *Medida de área é o valor numérico proveniente de medições e cálculos, que relacionam a imagem com a linguagem matemática.* (P12)
> *A medida de área, entendo por ser o meio pelo qual contabilizamos essa determinada medida.* (P21)
> *Medida de área é o cálculo feito para se saber, exata ou muito proximamente quanto de espaço uma determinada figura ocupa.* (P28)

Com a pergunta 3 – *Como você aprendeu o conteúdo área na educação básica?* – pretendemos entender as percepções dos participantes sobre suas próprias experiências como estudantes na educação básica e como elas podem desempenhar um papel em sua formação docente. Seguem algumas respostas:

> *A professora apenas deu fórmulas de como calcular a área em diferentes figuras planas. Acho que entendi melhor o que era a partir de problemas aplicáveis, como "colocar tapete" ou "piso" em determinada região.* (P4)
> *Aprendi na maneira "decoreba", com o professor apenas mostrando a fórmula para calcular a área de determinado polígono.* (P10)
> *Eu aprendi super "decoreba" e muito jogado.* (P11)
> *No método tradicional de decoreba, sendo apresentado o desenho, que já era conhecido como polígono, sem nenhuma correlação entre os polígonos e suas áreas."* (P12)

> *Através de fórmulas, de maneira mecanizada.* (P15)
> *Somente com fórmulas, sem nenhuma abordagem conceitual. Apenas com a afirmação: "área é a que cabe dentro".* (P5)
> *Foram mostradas fórmulas e desenhos representativos.* (P17)

Essas respostas, em particular a frequência de palavras como "*fórmulas*" ou *"decoreba"* na maioria das respostas, denunciam um ensino marcado por procedimentos rotineiros e com pouco sentido – que pode ser associado ao que Freire (1987) denominou de pedagogia bancária, um processo naturalizado, em que o professor assume o papel de depositar mecanicamente o conteúdo, ao tempo que os alunos afiguram como receptores passivos.

As respostas dos participantes à pergunta 4 – *O que você entende por medida de área?* – evidenciam possíveis influências de suas experiências com estudantes da educação básica em suas formações docentes. Como advertem Ripoll, Rangel e Giraldo (2015), "para muitos professores, a principal referência para a prática de sala de aula constitui-se dos modelos daquilo que aprenderam e do estilo de seus professores quando eles próprios eram alunos da escola" (p. XII). Nessa direção, o participante P17 expressou, em repostas à pergunta 4, que pretende ensinar o conteúdo de áreas na educação básica "*Da mesma forma como me ensinaram*". No entanto, outras respostas evidenciam desejos de mudanças por grande maioria dos participantes:

> *Pretendo ensinar de uma maneira diferente, utilizando métodos práticos e ensinando como se chegar nas fórmulas.* (P10)
> *Pretendo utilizar uma metodologia mais lúdica como tornar a tecnologia uma aliada de ensino, utilizar jogos, etc.* (P2)

As reflexões desses participantes apontam para movimentos de ressignificação das experiências como estudantes da educação básica para suas futuras práticas docentes. Nessa direção, o participante P19 relata uma com o PIBID:

> *Tive uma experiência de PIBID, em que o tema era figuras geométricas. Nesse trabalho, buscamos no espaço escolar, as figuras estudadas. Caso não encontrássemos algumas, como poderia fazer para obtê-las. E cada aluno com fita métrica fazia as medidas aprendidas em sala como perímetro, área, etc. Logo, essa experiência de colocar o aluno em contato físico e fazer a construção do que aprendeu dá um bom tema lúdico em que alunos acabam vendo algum sentido do que é ensinado.* (P19)

Nos encontros seguintes do estudo piloto, foram desenvolvidas as etapas I e II do percurso de atividades *RCA*. Para o desenvolvimento da etapa III, a turma se organizou em dez grupos, com quatro participantes em cada. Um participante optou por desenvolver a atividade individualmente (identificamos por G10 as produções vindas do relatório desse participante). Seguem-se alguns excertos dos relatórios estruturados dos grupos sobre o percurso de atividades, começando com observações sobre a etapa I.

> *Recebemos a proposta de utilizar uma corda na qual não sabíamos a medida. A ideia foi subdividir a corda para criarmos uma espécie de unidade de medida. Foi sugerido então, que a gente utilizasse nós para efetuar essa divisão. Nesse contexto, foi pensado em dobrá-la em partes iguais e colocar então o nó. Ou então, utilizar a medida de um antebraço de um aluno como unidade para realizar o nó na corda.* (G10 – etapa I, sobre a atividade com a corda)

O grupo 10 descreve suas estratégias para criar uma unidade de medida por meio de nós equidistantes em uma corda: por exemplo, usar o antebraço de um colega como referência e, então, produzir um instrumento de medida linear. O grupo relata ainda que:

> *Um aspecto importante observado é que a atividade se baseou em um problema real. E essa contextualização de um problema é primordial para a aprendizagem do aluno. A dificuldade de não possuir uma unidade de medida nos fez pensar sobre o problema e isso auxiliou na fixação do conteúdo utilizado na aula.* (G10 – etapa I, sobre a atividade da corda)

O mesmo grupo declara a importância de a atividade ser baseada em um problema real, o que favorece aprendizagem dos estudantes, o que é consonante com a observação de Roque (2012), de que o papel da história da matemática reside em "justamente exibir esses problemas, muitas vezes ocultos no modo como os resultados se formalizam" (ROQUE, 2012, p. 32).

Outros grupos relatam que, à medida que seus participantes manipulavam a tecnologia empregada para as investigações matemáticas, refletiam sobre ideias de figuras planas usualmente abordadas na educação básica. Assim, os grupos descrevem a mobilização da geometria plana estudada na educação básica para o desenvolvimento da atividade em Cálculo Integral:

> *Em sala de aula, recebemos a tarefa de calcularmos uma área não poligonal representada pelo desenho abaixo, nesta vez calculamos toda a área à mão livre; para nos ajudar nessa medição adotamos alguns*

> *métodos que nos auxiliaram muito na confecção do trabalho. Primeiro nós calculamos as partes maiores com grandes retângulos, após esse primeiro estágio, nós calculamos as partes menores embaixo das curvas com triângulos; após realizarmos todos esses cálculos, nós somamos a área de todas as figuras para encontrarmos o valor total da área. É interessante destacar que, com essa técnica que adotamos a mão livre, não foi possível medir com exatidão toda a área solicitada, principalmente nas áreas de curva, a área encontrada foi de 189,67 cm².* (G01 – etapa I)
>
> *O procedimento adotado foi a aproximação de partes da área a ser calculada por figuras geométricas conhecidas e simples: triângulo, retângulo e trapézio.* (G02 – etapa I)

A etapa II do percurso de atividades se desenvolveu no Laboratório de Informática. Os participantes do grupo 09 escrevem que:

> *Já na terceira forma, foi a aplicação da informática na segunda forma, usando o Excel que, através dessa atividade, também tivemos uma reflexão e discussão sobre o uso de tecnologias atuais e informática na sala de aula, como método de aprendizado e auxílio na educação básica, debatendo como tal discussão pode ser benéfica para a aprendizagem intelectual de um alunx, e como usar de diversos instrumentos tecnológicos avançados e básicos para tal feito.* (G09 – etapa II)

O grupo 09 relata que o uso do Excel na etapa II serviu para discutir e refletir sobre o uso de tecnologias atuais e informática no ensino da educação básica. O grupo, tomando por base a etapa I, também destacou a potencialidade de usar tecnologias tradicionais e digitais. De forma semelhante, outros participantes escrevem:

> *Muita coisa pode ser aproveitada para a educação básica. No particular alguns integrantes do grupo tiveram um ensino básico um pouco a desejar, nessa parte de áreas, só fórmulas e fórmulas, e com isso não queremos isso para nossos alunos, essa ideia de calcular áreas não tão conhecidas com aproximações de áreas já conhecidos é muito boa, o aluno não precisa saber integrar para chegar a uma área próxima mesmo que não seja exata, mas isso ajuda o aluno a pensar, e não decorar fórmulas em cima de fórmulas. Outra coisa que devemos pensar muito quando estivermos dando uma aula é a utilização da tecnologia no ensino da matemática: vimos com esse exemplo do Excel que o uso da tecnologia não atrapalha em nada e muito ao contrário ajuda bastante. Temos que tirar da cabeça que o aluno tem que decorar tudo e fazer tudo rápido, e começar a pensar na ideia que ele tem que entender o que está fazendo, entender o porquê de estar fazendo tal*

> *coisa e, com isso, utilizar da tecnologia só para uma prática diferenciada e uma ajuda na praticidade dos cálculos, e etc.* (G03)

> *O curioso da atividade é justamente a possibilidade de explicar algo tão complexo como limite, derivada e integral utilizando termos tão simples e de fácil compreensão, a ponto de poder ser abordado na educação básica. No entanto, talvez, seja mais curioso o fato de que, mesmo existindo tais maneiras didáticas de abordar o conteúdo, elas não representam a realidade dos métodos de ensino na maioria das escolas.* (G00)

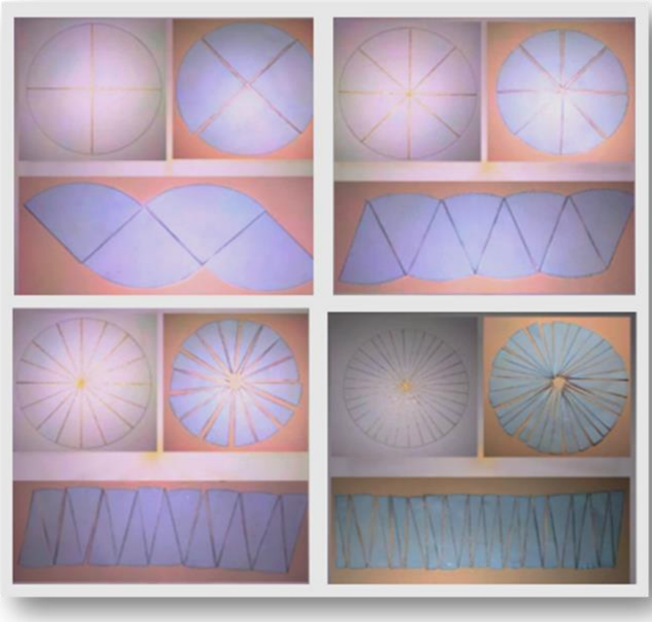
Por fim, na etapa III, os grupos incluíram em seus relatórios uma proposta de atividade sobre área do círculo para aplicação na educação básica. De forma geral, as propostas de todos os grupos se assemelham entre si. O grupo 01 em parte relatou:

> *Nossa ideia é usar o mesmo conceito usado por Arquimedes, e começar por um triângulo equilátero inscrito numa circunferência, feito numa quadra esportiva. Dessa forma, esperamos construir, por meio da interdisciplinaridade, um espaço fértil para a apropriação de conceitos matemáticos.* (G01)

Esse grupo escolheu na história da história da matemática o mesmo problema usado por Arquimedes para articular com contextos contemporâneos dos alunos, como uma quadra esportiva. Para Roque e Giraldo (2014), esses problemas históricos têm o potencial de "recuperar as sutilezas dos conceitos matemáticos e articulá-las ao ensino" (p. 15).

A sequência de imagens da Figura 4 apresenta um material inserido na proposta do Grupo 09, que inclui o uso de tecnologias historicamente situadas. As discussões indicadas pelo grupo a partir do uso desse material se referenciam no método da exaustão. Assim, seria proposto aos alunos da educação básica que recortassem da figura de um círculo quantidades cada vez maiores de triângulos, de forma que se aproximassem da figura de um retângulo, em que a área seria igual a do círculo.

Figura 4: Material didático para estudar área de círculo proposto pelo grupo G09.



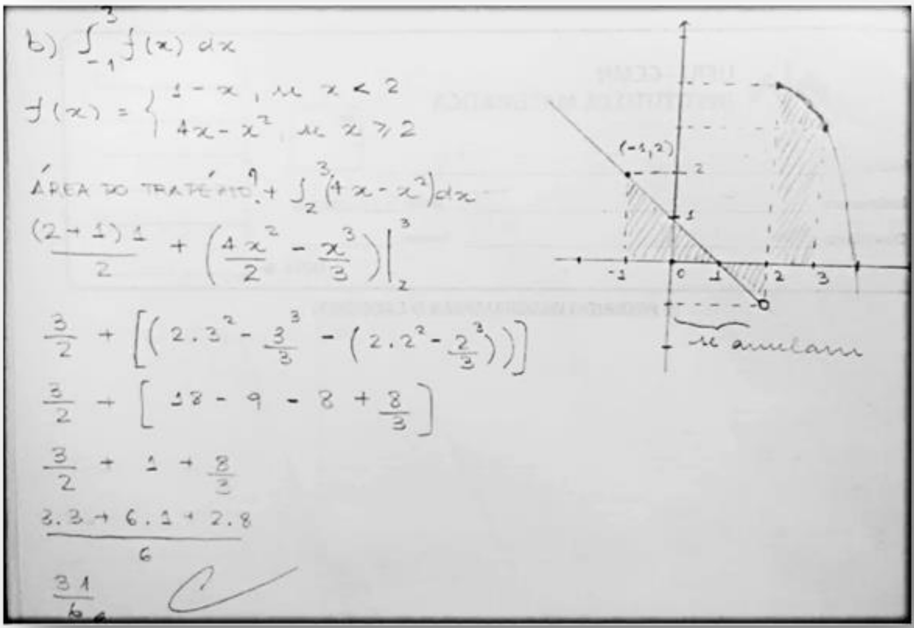
Fonte: Dados empíricos do estudo piloto.

A proposta do grupo é consonante com a posição defendida por vários autores (e.g. FIORENTINI, MIORIM, 1990) de que materiais concretos ou jogos podem ser fundamentais para dar aos alunos oportunidades de aprender de forma menos repetitiva e mais afetiva, com reflexões sobre o que se faz e porque se faz. Esses autores consideram que tais tecnologias favorecem “um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 6).

O último instrumento utilizado para produção de dados neste estudo piloto foi a aplicação de uma avaliação escrita (prova) sobre os conteúdos abordados no componente curricular. Podemos perceber, nas respostas de muitos alunos estratégias para resolver integrais definidas usando diretamente o conceito de área, sem passar pelo Teorema Fundamental do Cálculo. Tomemos por exemplo a questão 1, item b:

Determine $\int_{-1}^{3} f(x)dx$, *em que* $f(x) = \begin{cases} 1 - x & se\ x < 2 \\ 4x - x^2 & se\ x \geq 2 \end{cases}$.

Figura 5: Questão 1, item b da avaliação escrita do participante P5



Fonte: Dados empíricos do teste piloto (P5)

Essa resolução poderia ser realizada utilizando apenas o Teorema Fundamental do Cálculo, como é comum em disciplinas dessa natureza em cursos de graduação. No entanto muitos participantes resolveram de forma semelhante na imagem acima. O participante P5 aplicou conhecimentos sobre área da educação básica para resolver a integral, observando que: a região delimitada entre as retas $y = 0$ e $y = 1 - x$ no intervalo $[-1{,}0]$é um trapézio; no intervalo $[0{,}2]$ a curva $y = 1 - x$ intersecta à curva $y = 0$, formando dois triângulos simétricos pelo ponto $(2{,}0)$, portanto a integral se anula nesse intervalo. Apenas no intervalo$[2{,}3]$, o participante aplicou o Teorema Fundamental do Cálculo.

A última questão da prova pedia que os participantes relatassem sucintamente, ponderando aspectos históricos e tecnológicos, uma abordagem para o conceito de área na educação básica. Apresentamos um trecho da resposta de um dos participantes:

> *Eu começaria por uma introdução histórica, mostrando aos alunos como a humanidade veio a utilizar esse conceito e a partir de qual necessidade. Daí, eu trabalharia com a turma com a ideia de comparação, observando quantas vezes a unidade cabe na superfície dada. Assim, eu tentaria fazer isso de maneira lúdica, utilizando corte e montagem em papel e até recursos tecnológicos, como o GeoGebra em determinadas partes do conteúdo. (P41)*

A resposta do participante 41 sugere um movimento no sentido de romper a exposição da matemática naturalizada na educação básica, e uma intenção de, na futura prática, problematizar a matemática a partir de seus processos históricos de produção, articulando tecnologias tradicionais e digitais.

O estudo piloto, de caráter exploratório, foi decisivo na estruturação do projeto e na implementação do estudo principal, sendo importante instrumento para o refinamento das decisões metodológicas, principalmente em relação aos procedimentos de produção e análise de dados. Em especial, a partir da experiência com o estudo piloto, veio a decisão de incorporar as etapas III e IV no desenho inicial do percurso de atividades, originalmente adaptado do trabalho de mestrado (SILVA, 2016). A incorporação dessas etapas visou, sobretudo, fazer emergir percepções e reflexões dos participantes sobre a matemática e sua produção na preparação e condução de uma efetiva prática docente. A experiência com o estudo piloto também levou à inclusão de outros instrumentos de produção de dados no estudo principal: um portfólio individual, que agregasse toda a produção dos participantes durante o estudo; um questionário, nos permitindo compreender as impressões de todos participantes individualmente sobre tópicos para análise; uma roda de conversa, para conhecermos os efeitos coletivos das práticas formativas.

3.5 PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO PRINCIPAL

O estudo principal foi conduzido em uma turma do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral II (CDI2), ministrada pelo professor/pesquisador para o curso de Licenciatura em Matemática da UNEB – Campus VI, no primeiro semestre letivo de 2019 (2019.1). O componente curricular, que é regulamente ofertado no quinto período da grade curricular do curso, também ocorre esporadicamente para atender estudante remanescentes. Tal componente curricular tem uma carga horária total de 75 horas-aulas, distribuídas em 15 encontros semanais com 5 aulas de 50 minutos cada, e esa carga horária foi distribuída em duas unidades, ou seja, a ementa do curso foi dividida em dois módulos de conteúdos.

O estudo principal ocorreu durante a primeira unidade, entre 18 de março e 2 de maio daquele ano, perfazendo 8 encontros, ou seja, por 8 semanas, que ocorreram às segundas-feiras, entre 07h30 às 12h50. Os participantes do estudo empírico foram os cinco estudantes do curso matriculados nessa turma. Logo, a partir de agora, usaremos as iniciais CDI2 para nos referirmos à turma da componente curricular em que o estudo principal foi conduzido, e o termo Cálculo Diferencial e Integral (por extenso) em relação à componente curricular de forma geral.

Para as aulas, foram planejadas atividades de caráter investigativo, envolvendo: (1) reconhecimento de situações, exploração e inquietações iniciais; (2) formulação de conjecturas; (3) realização de testes e refinamento de conjecturas; (4) demonstrações (provas, níveis de rigor); (5) avaliações do trabalho realizado, com caráter formativo.

A abordagem das aulas, fomentando discussões e compartilhando coletivamente experiências e conhecimentos, é inspirada nas premissas que sustentam o *concept study* proposto por Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS, 2010; DAVIS, RENERT, 2014). Rangel, Giraldo e Maculan Filho (2015) descrevem o *concept study* como "metodologia de estudo coletivo, em que professores compartilham sua experiência e seu conhecimento com o objetivo de questionar e (re)elaborar seu próprio conhecimento de matemática para o ensino" (p. 45). Assim, as aulas foram intencionalmente planejadas para que os licenciandos formulem conceitos e definições, atuando como agentes ativos na construção dos próprios conhecimentos. Para esse fim, foram realizadas discussões sobre fundamentações matemáticas, procurando articular conhecimentos estudados anteriormente como expectativas de práticas docentes na educação básica. A seguir, descrevemos os instrumentos de produção de dados do estudo principal.

Instrumentos de produção e análise de dados do estudo principal

A produção de dados se baseou em cinco instrumentos metodológicos, sendo três conduzidos durante os encontros e dois posteriormente a esses:

- durante os encontros:
  - ***narrativas escritas*** produzidas pelas participantes;
  - respostas escritas das participantes a quatro ***perguntas disparadoras***;
  - produção de ***portfólios*** pelas participantes;
- posteriormente aos encontros:
  - ***questionário*** escrito;
  - ***roda de conversa*** gravada em vídeo.

Para as ***narrativas escritas***, que foram solicitadas aos participantes no primeiro encontro do componente curricular (18/03/2019), foi pedido que discorressem sobre suas trajetórias e perspectivas escolares e acadêmicas, sobre suas impressões acerca do curso de Licenciatura em

Matemática, bem como suas percepções com respeito ao componente Cálculo e os seus possíveis papéis na formação inicial de professores de matemática. Visando garantir um anonimato que permitisse maior liberdade para relatarem aspectos ligados às suas experiências na universidade, os participantes foram orientados a escolher pseudônimos, que foram: Diva Marília Flemming, Maria Laura M. Leite Lopes, Irena Fonseca, Patrícia, Nilza. Essa opção metodológica pode ser especialmente importante quando o pesquisador também assume o papel de professor no contexto investigado, como é o caso desta pesquisa. Os participantes optaram em produzir as narrativas escritas em suas casas para serem entregues ao professor pesquisador na semana seguinte. Também para garantir o anonimato, foi escolhido pelos próprios participantes um colega para receber as narrativas dos demais, já impressas e entregar dentro de um envelope ao professor.

As ***perguntas disparadoras*** abordaram percepções dos participantes sobre o conceito de área e seu ensino, e foram desenhadas visando mobilizar suas experiências como estudantes da educação básica e suas expectativas para a futura prática docente, com referência nos pressupostos que sustentam a proposta de *concept study* de Davis e seus colaborares (e.g. DAVIS, 2010; DAVIS, RENERT, 2014). As perguntas disparadoras foram propostas no segundo encontro da disciplina (25/03/2019) e foi solicitado que os participantes respondessem por escrito. As perguntas foram as seguintes:

1. O que você entende por área?
2. O que você entende por medida de área?
3. Como você aprendeu o conteúdo áreas na educação básica?
4. Como você pretende ensinar áreas na educação básica?

Os ***portfólios*** contemplaram reflexões e experiências dos participantes a partir de suas experiências no componente curricular em relação: ao conteúdo matemático, aos saberes de matemática do ensino, a seu próprio processo de aprendizagem, e a suas próprias perspectivas de futuras práticas docentes. Os participantes foram incentivados a escreverem semanalmente a partir de cada encontro e a organização do portfólio foi livre, podendo ser, por exemplo, cronológica, temática, ou de qualquer forma que o autor considerasse conveniente. O portfólio poderia – e deveria – incluir não apenas textos próprios, como diversas formas de mídias, tanto produzidas pelo autor como de outros autores (com as devidas referências), tais como imagens, gráficos, desenhos, áudio e vídeos. Além disso, as participantes foram instruídas a incluir em seus portfólios os relatórios estruturados das etapas I, II, III e IV do percurso de atividades *RCA*, desenvolvidos em grupos. A entrega do portfólio foi combinada para a semana seguinte ao término das aulas.

O ***questionário*** teve o intuito de produzir uma gama de dados, que contemplasse as impressões de todos participantes sobre alguns tópicos. O questionário consistiu de 7 perguntas, apresentadas aos participantes posteriormente aos encontros da componente curricular e respondidas por eles por escrito:

1. Qual é o papel das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral na formação do licenciando em matemática?
2. Você considera que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (com as ementas atuais) deveriam ser obrigatórias no curso de Licenciatura em Matemática?
3. Qual é o papel das disciplinas de conteúdo matemático específico em um curso de Licenciatura em Matemática?
4. Na sua opinião, no curso de Licenciatura em Matemática, existem componentes <u>especificamente voltadas</u> para a formação do professor? Se sim, diga quais, justificando.
5. Você considera que as abordagens metodológicas dos professores que lecionam no curso de Licenciatura em Matemática têm influências na formação dos futuros professores de matemática? Se sim, explique como.
6. Você considera que a Educação Matemática como área de pesquisa pode contribuir com a formação do professor de matemática durante o curso de Licenciatura? Se sim, explique como.
7. Que diferenças e semelhanças você vê entre os professores de matemática da educação básica e da educação superior?

Assim como no caso das narrativas escritas, para permitir mais liberdade nas respostas, adotamos o procedimento de não identificar os questionários e escolher um membro da turma para enviar por e-mail ao professor todas as respostas dos participantes, que foram orientados a responder ao questionário com os mesmos pseudônimos adotados nas narrativas escritas.

Na ***roda de conversa***, também realizada posteriormente aos encontros, todos participantes foram convidados a discutir coletivamente suas impressões sobre a experiência. A roda de conversa foi realizada em uma sala de aulas do Campus VI da UNEB, num dia e horário previamente e estrategicamente combinado com o grupo, para contemplar o orientador dessa pesquisa, que estaria no campus como um dos palestrantes do V Seminário Interdisciplinar de Ensino, Extensão e Pesquisa (SIEP), realizado no Departamento de Ciências

Humanas. Dessa forma, orientador e participantes da pesquisa poderiam ter contato direto, ao tempo que a experiência do orientador enriqueceria a técnicas para produção de dados.

A roda de conversa teve cerca 1h30 (uma hora e trinta minutos) de duração, foi conduzida conjuntamente pelo autor e pelo orientador desta tese, gravada em vídeo e posteriormente transcrita na íntegra. A roda de conversa seguiu um roteiro em formato semiestruturado, incluindo tópicos relevantes para os objetivos da pesquisa, procurando seguir uma ordem de assuntos considerados mais simples para mais complexos, ou cujas respostas provocariam mais discussões. Na elaboração do roteiro, foram levados em consideração os seguintes aspectos: (1) a distribuição do tempo para cada assunto; (2) a formulação de perguntas cujas respostas possam ser descritivas e analíticas, de forma a evitar apenas respostas dicotômicas (sim/não).

O roteiro foi organizado em três momentos: abertura, desenvolvimento e fechamento. A abertura consistiu nas boas-vindas aos participantes, apresentação do orientador da pesquisa que conduziria a conversa e a apresentação do tema a ser debatido. No desenvolvimento das atividades planejadas, o mediador conduziu a conversa, lançando perguntas que versavam sobre a maneira de abordagem do componente curricular CDI2 na formação docente dos participantes:

1. O que vocês acham das abordagens de disciplinas de conteúdos matemático, em geral, para a formação de professores?
2. Que sugestões vocês dariam para fazer uma abordagem diferente?
3. Qual é o papel do Cálculo Diferencial e Integral em um curso de Licenciatura em Matemática?
4. Que relações você vê entre os professores de matemática da educação básica e da educação superior?

A partir das respostas, instauravam-se contextos em que outras perguntas iam emergindo e sendo discutidas. O fechamento consistiu de agradecimentos aos alunos por participarem daquele episódio.

Como todas e todos escolheram pseudônimos femininos para as narrativas escritas, daqui em diante empregaremos sempre o gênero feminino para quaisquer participantes. No capítulo a seguir, para nos referirmos às participantes na discussão dos resultados, usaremos: esses pseudônimos (Diva Marília, Maria Laura, Irena, Patrícia e Nilza) no caso dos instrumentos em que não houve identificação das participantes (narrativas escritas, questionário); os símbolos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5no caso dos instrumentos em que as participantes se identificaram (perguntas disparadoras, portfólio, roda de conversa). Essa opção metodológica se justifica, porque não há necessidade de associar os nomes dos participantes, uma vez que o objeto de análise não são os sujeitos, e sim a abordagem na componente curricular CDI2. Logo, não é uma questão de saber individualmente como cada um se desenvolveu, mas entender a experiência da turma com a abordagem coletivamente.

4 UM OLHAR SOBRE ACHADOS NO PERCURSO A PARTIR DOS FUNDAMENTOS TEÓRICOS: ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

Este capítulo tem por finalidade apresentar, descrever e interpretar os dados empíricos sob visões teóricas que constituem a literatura de referência desta pesquisa. Assim, procuramos articular os pressupostos teóricos e os achados desta investigação, visando a responder à questão central da pesquisa, a partir de uma perspectiva de matemática problematizada **na** e **para** a formação de professores de matemática. Este capítulo está organizado em cinco subseções. Na próxima subseção, descrevemos em linhas gerais e traçamos algumas reflexões sobre os oito primeiros encontros do componente curricular CDI2, que correspondem ao desenvolvimento das etapas I, II, III e IV do percurso de atividades *RCA*. Nessa subseção, trazemos alguns recortes de dados, visando apenas ilustrar a descrição dos encontros da componente curricular, ainda sem fins analíticos. As quatro subseções que se seguem correspondem, respectivamente, às categorias de análise emergentes dos dados, a saber: (1) *perspectivas de matemática não problematizada nas experiências discentes*; (2) *reflexões sobre o ensino de matemática*; (3) *reflexões sobre a matemática e sua produção*; (4) *reflexões sobre futuras práticas docentes na educação básica*.

A primeira categoria de análise – ***perspectivas de matemática não problematizada nas experiências discentes*** – diz respeito a percepções dos participantes sobre suas próprias experiências como estudantes de matemática na educação básica e na licenciatura. Segundo nossa interpretação, as percepções sobre suas experiências como estudantes de matemática se enquadram, predominantemente, numa perspectiva de matemática não problematizada. Inicialmente analisamos *narrativas escritas* e as respostas às *perguntas disparadoras*, que dão conta de percepções anteriores ao início da componente curricular CDI2. Analisamos, também, registros nos *portfólios,* procurando indícios de percepções e reflexões construídas durante a componente curricular CDI2. Assim, tal categoria ajudará a entender como uma tomada de consciência pelos participantes sobre suas próprias experiências pode ressignificar as suas experiências discentes anteriores, e influenciar suas formações como professores, em particular, suas práticas intencionadas. Para melhor situar suas experiências e as análises quanto aos níveis de escolarização, organizamos essa categoria em duas subcategorias, a saber:(a) perspectivas de matemática não problematizada nas experiências discentes na educação básica; (b) perspectivas de matemática não problematizada nas experiências discentes na licenciatura em matemática.

A segunda categoria – ***reflexões sobre o ensino de matemática*** – se refere a contrapontos entre percepções dos participantes sobre um ensino de matemática convencionalmente naturalizado tanto na educação básica como na superior, e novas percepções construídas a partir de suas experiências na componente curricular CDI2. Encontramos evidências desses contrapontos nas *narrativas escritas*, nos *portfólios*, no *questionário* e na *roda de conversa*. Organizamos a análise desta categoria discutindo, primeiramente, dados produzidos pelas narrativas escritas, em seguida pelos portfólios e, finalmente, pelos questionários e pela roda de conversa. Como isso, procuramos seguir a ordem cronológica, segundo a qual esses instrumentos foram aplicados, como uma forma de mapear possíveis ressignificações das percepções das participantes sobre o ensino de matemática ao longo de suas experiências na componente curricular CDI2.

A terceira categoria – ***reflexões sobre a matemática e sua produção*** – tem o foco em ressignificações sobre entendimentos dos participantes acerca da matemática como campo de conhecimentos e seus processos de produção, a partir das experiências com articulações entre história e tecnologias na componente curricular CDI2. Evidências dessas ressignificações são identificadas nos *portfólios,* sobretudo nos relatos sobre as etapas do percurso de atividades *RCA*. Em particular, encontramos indícios de percepções sobre escola e a universidade como lugares de produção de conhecimento matemático.

Finalmente, na quarta categoria de análise – ***reflexões sobre futuras práticas docentes na educação básica*** – buscamos identificar reflexões sobre a futura prática dos participantes como professores da educação básica, procurando entender os possíveis efeitos de uma perspectiva de matemática problematiza na formação docente. Tais reflexões são identificadas principalmente nos *portfólios* e na *roda de conversa*.

Essas quatro categorias se entrelaçam ao revelar apontamentos convergentes de uma matemática problematizada e a formação inicial de professores. Assim, as categorias não são entendidas como disjuntas, nem com respeito aos resultados que esboçamos a partir delas, nem nos dados empíricos usados na identificação e discussão de cada uma delas. Em particular, há recortes de dados usados na discussão de mais de uma categoria. Deste modo, esperamos que os resultados desta pesquisa possam contribuir não apenas trazendo novas visões na pesquisa no campo da formação de professores de matemática, como também provocando professores e formadores de professores de matemática a (re)pensarem e (re)construírem suas práticas.

4.1 RELATO DOS ENCONTROS DO ESTUDO PRINCIPAL

Encontro 1 (18/03/2019)

No primeiro encontro, foi apresentada ao grupo a proposta da pesquisa, bem como o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE). Os cincos licenciandos matriculados na turma aceitarem participar voluntariamente e assinaram o termo. Nesse mesmo encontro, começamos a construção de dados para a pesquisa, solicitando aos participantes a produção das *narrativas escritas*. Como observamos no Capítulo 3, para manter o anonimato das participantes, as narrativas foram identificadas por pseudônimos e foram entregues conjuntamente por uma licencianda escolhida na semana seguinte.

Nesse primeiro encontro, as participantes foram orientadas à produção do *portfólio*, e incentivadas a registrar semanalmente reflexões e experiências relacionadas diretamente às aulas e atividades em relação: ao conteúdo matemático, aos saberes de matemática do ensino, ao seu próprio processo de aprendizagem, e às suas próprias perspectivas de futuras práticas docentes, dificuldades observadas, abordagens ou tecnologias idealizadas ou aplicadas, impressões ou vivências pessoais, e assim por diante.

Lembramos que tais narrativas escritas e portfólios constituíram instrumentos de análise de nossa pesquisa.

Encontro 2 (25/03/2019)

No segundo encontro, realizamos uma dinâmica que consistiu em medir as dimensões e a área da sala de aula, utilizando uma corda de 1,15 metros. A princípio, os participantes desenvolveram estratégias de tomar a corda como unidade de medida. A necessidade de tomar medidas menores os fez, ainda, utilizar a estratégia de criar subunidades de medida, fazendo marcações na corda. Essa dinâmica nos aproximou de uma tecnologia historicamente situada na cultura do Egito, por volta do século V A.E.C. Discussões sobre *o que é medir* e as necessidades de fazer medições inerentes a diferentes grupos sociais nos direcionaram ao tema de segmentos comensuráveis e incomensuráveis, e também nos remeteram a reflexões sobre possibilidades de abordagem na educação básica, destacando aspectos históricos e tecnológicos socialmente localizados.

Nesse encontro, também foram propostas às participantes quatro *perguntas disparadoras* (cujas respostas também constituem um instrumento de análise desta pesquisa):

1. O que você entende por área?
2. O que você entende por medida de área?
3. Como você aprendeu o conteúdo áreas na educação básica?
4. Como você pretende ensinar áreas na educação básica?

Após todos terem respondido a essas perguntas individualmente e por escrito, as respostas foram socializadas e discutidas com a turma. Esse momento introdutório corresponde à nossa apropriação inspirada na etapa de percepções (realizations) da proposta de *concept study* de Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS, 2010), no sentido de promover discussões a partir da prática. No nosso caso, elas se basearam em recordações de experiências como estudantes e em perspectivas sobre a prática intencionada, uma vez que os participantes encontravam-se em formação inicial.

Algumas das percepções manifestadas pelas participantes sobre como pretendem ensinar o conceito de área foram:

- ✓ Usar conhecimento prévio do aluno para discutir o conceito de área;
- ✓ Trabalhar de forma lúdica ou diferenciada;
- ✓ Desenvolver aulas dinâmicas;
- ✓ Desenvolver aulas práticas;
- ✓ Usar materiais lúdicos;
- ✓ Utilizar figuras para serem manipuladas;
- ✓ Usar figuras geométricas em material palpável para serem medidas pelos alunos;
- ✓ Relacionar o conteúdo com o cotidiano;
- ✓ Desenvolver metodologias de recriação de fórmulas e suas justificativas;
- ✓ Aulas de campo, explorando espaços do dia a dia;
- ✓ Explorar outros lugares além da sala de aula;
- ✓ Explorar construção civil, quadra poliesportiva, etc.

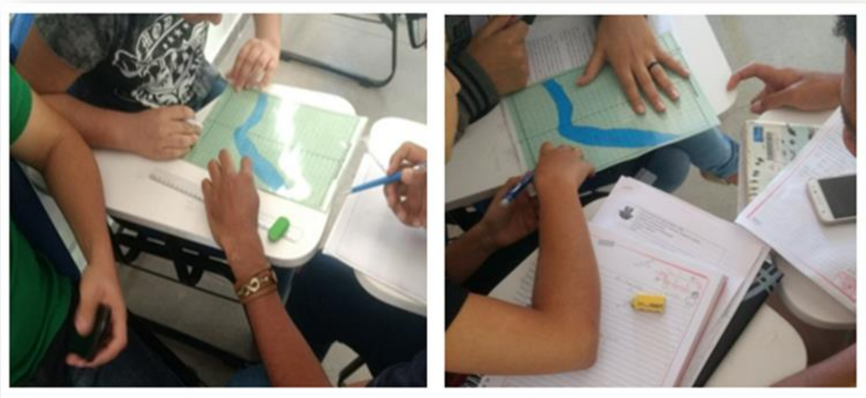
Na proposta original de *concept study*, a etapa das percepções é a única pré-definida, sendo todas as demais emergentes das próprias dinâmicas de discussões. Em nosso estudo, a condução dos debates está, pelo menos parcialmente, condicionada à ementa da componente curricular. De qualquer forma, as percepções manifestadas pelas participantes, que evidenciam reflexões que permeiam seus processos formativos, direcionam o planejamento das atividades desenvolvidas em nosso estudo no sentido de aproximarmos a abordagem das perspectivas das participantes.

Na sequência, demos início à **etapa I** do percurso de atividades *RCA*, com a leitura e discussão do texto *Ponderações históricas da sistematização e formalização do cálculo de áreas* (anexo A). Após buscarmos na história problematizações para o cálculo de áreas, por meio da leitura e discussão desse texto para realizar atividades práticas de cálculos área, as participantes se organizaram em dois grupos, A e B, respectivamente, com dois e três membros. Também foi informado que o desenvolvimento das atividades deveria ser registrado por cada participante em um relatório estruturado, e que ele seria incluído em seus portfólios.

A etapa I foi desenvolvida em um formato de oficina (com início em sala de aula e continuação em espaços externos). Esse formato teve o intuito de gerar um ambiente dinâmico e colaborativo, em que as participantes pudessem manipular e medir figuras, sendo instigadas a investigar, criar conjecturas, testar e validar ou não hipóteses, formular conceitos por meio de noções intuitivas e então procurar formalizar definições.

Convencionamos que cada quadrado de 1 cm^2 na cartolina corresponderia a 1 unidade de área (u.a.) do terreno fictício. Todas as cartolinas tinham o mesmo desenho e cada grupo calcularia a área da região limitada sob a margem inferior do rio e pelas bordas do desenho. Foi esclarecido que cada grupo poderia calcular a área usando a estratégia que desejasse. Durante o desenvolvimento das atividades (ilustrado na figura 6), as licenciandas registraram os procedimentos adotados, as dificuldades encontradas, as conjecturas, observações, etc., para a elaboração do relatório estruturado.

Figura 6: Desenvolvimento do percurso de atividades *RCA*



Fonte: Elaborado pelo autor

As participantes passaram a fazer repartições da região em figuras geométricas poligonais mais conhecidas, como quadrados, retângulos, triângulos e trapézios, das quais sabiam calcular a área por meio de procedimentos convencionais. Ao encostarem na margem do rio, ambos os grupos expressaram as mesmas dificuldades, e houve muitas discussões sobre como realizar essa tarefa. Um dos grupos optou por traçar triângulos; o outro, que havia usado quadrados de 1 cm^2, preferiu usar retângulos e triângulos e passou a diminuir a área de seus desenhos tentando englobar a área que pretendiam calcular. Os participantes de ambos os grupos perceberam que esse seria um trabalho exaustivo e que, por meio desse procedimento, não seria possível obter o valor exato, e sim um valor aproximado.

Nesse momento, um objetivo na atividade foi atingido. As conclusões obtidas pelos grupos foram ponderadas, e comparadas às práticas do quinto século A.E.C. (ROQUE, 2012). Dentre essas, encontram-se as técnicas de usar áreas de figuras poligonais conhecidas inscritas em figuras não poligonais para calcular suas áreas por meio de processos de aproximação. Os gregos sabiam que, "o método de Eudoxo, do século V A.E.C., consistia em inscrever polígonos regulares em uma figura curvilínea, como um círculo, e ir dobrando o número de lados até a diferença entre a área da figura e a do polígono inscrito se tornasse menor do que quantidade dada." (ROQUE, 2012, p. 203). Essa é a base do método de exaustão, muito usado em práticas matemáticas da antiguidade grega.

Após ambos os grupos terem encontrado e registrado os valores aproximados para a área da região solicitada, foram distribuídos papéis transparência plotados com um sistema de eixos cartesianos, e foi pedido que determinassem que curvas delimitavam as margens do rio na figura. Após se convencerem de que eram parábolas, a partir de três pontos coordenados determinaram as equações que representavam aqueles gráficos.

Um dos grupos tomou os pontos coordenados $(-10, 1)$, $(-5, 2)$e $(0,1)$ para a parte da margem localizada no intervalo [-10,0]; e os pontos $(0,1)$, $(4,3)$ e (8,9), para a parte localizada no intervalo [-10,0]. Esses pontos eram facilmente visualizados com o recurso que estava sendo usado. As participantes do grupo substituíram respectivamente nas equações genéricas $g(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1$ e $h(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$, montaram e resolveram dois sistemas de equações calculando os valores de a_1, b_1e c_1, e de a_2, b_2 e c_2. O outro grupo procedeu de forma análoga, tomando outros conjuntos de pontos. Após realizarem os cálculos, ambos os grupos concluíram que os gráficos das funções $g(x) = -x^2/25 - 2x/5 + 1$ e $h(x) = x^2/8 + 1$ representavam a margem do rio nos intervalos [-10,0] e [0,10], respectivamente. Assim a margem poderia ser representada globalmente pelo gráfico da função:

$$f: [-10, 10] \to \mathbb{R}$$

$$x \quad \mapsto f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{2}{5}x + 1 \;\; se - 10 \leq x \leq 0 \\ \dfrac{x^2}{8} + 1 \qquad\qquad se\; 0 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

Nesse momento, discutimos sobre o conceito de função e sua abordagem na educação básica. Por exemplo, foi observado que apenas uma expressão como lei de formação não é suficiente para definir uma função, pois são necessários mais dois elementos: os conjuntos de domínio e contradomínio. Outro aspecto discutido foi a possibilidade de definir a lei de formação de uma função com mais de uma sentença. As licenciandas entendiam que cada sentença deveria, obrigatoriamente, representar uma função diferente. Por exemplo, a função f apresentada no parágrafo anterior só poderia ser entendida como duas funções.

Antes de encerrar a aula nesse dia, foi proposto às licenciandas que, como atividade extraclasse (para casa), determinassem outras três aproximações para a área da região dada, utilizando o procedimento descrito na seção 3.3 (ilustrada na Figura 3), para $n = 10$, $n = 20$ e $n = 40$. Esse procedimento gera aproximações que acrescentam à área da região dada áreas acima da curva em cada retângulo, mas também excluem áreas abaixo dessa. Assim, essas áreas se compensam mutuamente, refinando as aproximações.

Encontro 3 (01/04/2019)

No terceiro encontro, desenvolvemos a **etapa II** do percurso de atividades no laboratório de informática no campus VI da UNEB. Foram retomadas as discussões da etapa I sobre o cálculo de aproximações para a área dada na atividade usando retângulos. Todas as participantes haviam feito a atividade extraclasse (de casa) proposta, usando lápis, papel, muita borracha e calculadora, o que serviu para evidenciar paralelos com práticas matemáticas do passado em que eram usadas tecnologias da época. Planilhas eletrônicas foram utilizadas para realizar o procedimento descrito na etapa I para $n = 10$, $n = 20$, $n = 40$, $n = 100$ e $n = 200$, o que proporcionou uma boa discussão sobre possibilidades de uso de tecnologias digitais em sala de aula. Intuitivamente, todos já haviam percebido que, à medida que aumentava o número de retângulos, os valores aproximados para a área poderiam ser cada vez menos percebidos.

Essa discussão motivou a inserção do conceito de limite no cálculo da área dada, a introdução da construção por somas de Riemann e da definição de Integral Definida. A Figura 3 expressa geometricamente a definição de integral de curvas delimitadas por retas num intervalo fechado. Dessa forma, conceituamos a Integral Definida por meio de sua aplicação para cálculo de áreas sob curvas delimitadas num intervalo fechado. Com a construção da

Integral Definida por somas de Riemann já rigorosamente definida, introduzimos a discussão do enunciado do Teorema Fundamental do Cálculo. Foi pedido que as participantes calculassem a área da região da curva do rio Nilo dada e comparassem os resultados obtidos com aqueles anteriormente encontrados por aproximações. As participantes expressaram entusiasmo com o resultado, como evidenciam os comentários:

> *Pudemos compreender o processo de integração o qual considerávamos algo distante da nossa realidade. Esse trabalho que contou com atividades lúdicas, oficinas e no qual explorou a história da matemática deu significado ao cálculo, despertando-nos a curiosidade e com certeza tornou a aprendizagem mais significativa e prazerosa, principalmente ao envolver situações que lidamos diariamente, sem memorização e sim compreensão e reflexão de todo conteúdo.* (Grupo A).

> *Estamos acostumados a pensar no cálculo como algo muito complexo e distante de nosso entendimento. Para desmistificar esse pensamento, o professor mostrou, com a explanação dos conteúdos, que o cálculo está intimamente ligado com assuntos vistos na educação básica, [...].* (Grupo B).

Tendo contemplado a definição da Integral Definida conforme ementa da disciplina estabelecia, e demos continuidade à aula propondo a leitura e discussão coletiva do texto "O uso de tecnologia no ensino de matemática", adaptado de Giraldo et al. (2012). Após discutirmos a metodologia e recursos tecnológicos empregados nas aulas de Cálculo, procuramos fazer inferências para possibilidades semelhantes na educação básica. A turma concluiu que a abordagem sobre o cálculo de área de círculo poderia ser adaptada para a educação básica.

Encontro 4 (08/04/2019)

Para o quarto encontro, planejamos dois momentos. Primeiro, exploramos as propriedades da Integral aplicadas à determinação da área da região nas margens do Rio Nilo dada nas atividades iniciais (correspondes às etapas I e II). Foi necessário usar as regras da subdivisão e da soma, com a subdivisão da área total em duas regiões menores: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, o que equivale a $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c g(x)dx + \int_c^b h(x)dx$.

Além dessas, discutimos outras propriedades que foram usadas para provar o Teorema Fundamental do Cálculo. Foram resolvidos ainda alguns exercícios a fim de apontar possíveis dúvidas da aplicação da Integral, e outros exercícios foram recomendados para serem feitos em casa.

Num segundo momento, fomos todos para o jardim da universidade para desenvolver a **etapa III** do percurso de atividades *RCA*. O jardim do Campus VI possui um design cheio de curvas, que foi aproveitado para os trabalhos, e cada um dos dois grupos (A e B) escolheu uma região dele. Coletivamente, discutimos sugestões para o desenvolvimento de uma atividade que integrasse teoria (matemática), prática (no sentindo de realização de investigação e procedimentos concretos de medição) e reflexões sobre ensino (elaboração de propostas de atividades). Dessa forma, montamos o seguinte roteiro para a atividade proposta:

1. fotografar o local;
2. tomar as medidas, usado uma fita métrica;
3. encontrar uma representação algébrica aproximada para as curvas que delimitavam a região;
4. elaborar uma questão que envolvesse a aplicação da integral definida para o cálculo da área;
5. resolver a questão elaborada dado as devidas justificativas.

Essa etapa foi realizada extraclasse e o material construído pelos grupos foi entregue ao professor, juntamente com um relatório das atividades desenvolvidas, e também como parte dos *portfólios* individuais. Em seguida, discutirmos a metodologia e as tecnologias empregadas nas aulas de Cálculo, fizemos inferências acerca de possibilidades semelhantes na educação básica. A turma concluiu que a abordagem sobre o cálculo de área de círculos poderia ser problematizada de forma inovadora nas escolas.

Finalizamos esse encontro com a proposta da atividade correspondente à **etapa IV** do percurso: os grupos A e B deveriam planejar uma aula sobre área do círculo para ser ministrada na educação básica, tendo a história e tecnologias como elementos problematizadores. Essa atividade deveria incluir um plano de aula, com descrição dos procedimentos didáticos e anexos de possíveis tecnologias empregadas (textos, mídias, etc.), para socialização e sugestões coletivas.

Encontro 5 (15/04/2019)

Usamos o primeiro momento desse encontro para discutir dois métodos de integração (método da substituição de variáveis e método da integração por partes), explorar exemplos e propor a resolução de exercícios para casa. O segundo momento foi reservado para que os grupos A e B apresentassem suas propostas de aulas para a educação básica (etapa IV), e houve ricas contribuições coletivas. Procuramos, nesse momento, desconstruir a ideia de competição entre os grupos e motivar uma perspectiva de colaboração, encorajando opiniões e sugestões sobre as propostas dos colegas. Ambos os grupos fizeram uso da história e de tecnologias variadas, de forma similar ao processo formativo na aula de Cálculo. As orientações perpassaram o plano de aula, sugestões para os procedimentos metodológicos e utilização de tecnologias. Um dos grupos relatou que:

> *A ideia de substituir o material foi da nossa colega Aline. Ela fez a sugestão, pois o material elaborado em EVA era de difícil manuseio e os alunos podiam sentir dificuldades no momento da oficina* (Grupo A).

A etapa IV do percurso de atividades ocorreu em turmas de 9º ano do ensino fundamental de duas escolas da educação básica: Grupo Escolar Senador Ovídeo Teixeira e no Colégio Estadual Tereza Borges de Cerqueira. Sobre a prática nas escolas, um dos grupos relatou:

> *O conteúdo áreas muitas vezes é ensinada de forma superficial, principalmente quando se fala no círculo, a oficina deu oportunidade para se explorar mais o conteúdo através do contexto histórico, atividades lúdicas e demonstrações, assim os alunos puderam construir o conhecimento e verificar o porquê da fórmula ser dada por* πr^2.(Grupo B).

Encontro 6 (22/04/2019)

No sexto encontro, demos continuidade à exploração do conteúdo programático da componente curricular, discutindo integração de funções trigonométricas e integração de funções racionais por frações parciais. Após explorar alguns exemplos, foi proposta a resolução de exercícios para casa.

Na sequência, discutimos a atividade específica realizada no jardim do Campus. Foram dadas sugestões sobre as questões elaboradas pelos grupos na etapa III da atividade que, após revisadas pelos participantes, foram encaminhas ao professor por e-mail, passando a integrar a prova escrita.

Encontro 7 (29/04/2019)

O sétimo encontro foi reservado para correção de alguns exercícios resolvidos em casa, sanar dúvidas e revisão pontuais de alguns tópicos indicados pelos participantes sobre os conteúdos programados para a avaliação escrita no encontro seguinte.

Encontro 8 (02/05/2019)

No oitavo encontro, realizamos uma avaliação escrita (anexo C), elaborada levando em consideração os aspectos formativos do componente curricular, isto é, com a intenção de fazer com que as participantes se colocassem na posição de um professor. Em particular, as atividades produzidas por cada grupo na etapa II do percurso *RCA* envolvendo o jardim do Campus VI, após revisadas, passaram a integrar essa avaliação. A Figura 7 ilustra uma das atividades propostas pelas participantes, que foi incluída na avaliação.

Figura 7: Imagens registradas pelo grupo B no desenvolvimento da etapa III

Fonte: extraído do relatório do percurso de atividades RCA elaborado pelo grupo B

Dessa forma, as questões elaboradas pelas participantes, bem como outras selecionadas pelo professor, constituíram a avaliação escrita em que as licenciandas foram solicitadas não apenas a aplicar a integral, suas propriedades, o Teorema Fundamental do Cálculo para resolver problemas de aplicação prática, como também a dissertar sobre possíveis abordagens sobre área na educação básica. Essa forma de avaliação teve a intencionalidade de situar os participantes como protagonistas na construção do próprio conhecimento, em especial dos saberes de matemática para o ensino. Uma das participantes, fazendo referência ao processo formativo no curso de licenciatura em matemática, comentou: “foi uma prova interessante e que eu gostaria que servisse de modelo para outras disciplinas” (participante P_3).

Algumas reflexões sobre avaliação

Embora esse não seja o tema central desta pesquisa, levando em conta que avaliação é um aspecto que é crucial nas práticas docentes em matemática, porém cujos modelos ainda são pouco questionados – especialmente na educação superior e nos cursos de formação de professores –, decidimos adiantar e destacar aqui algumas reflexões sobre a experiência com avaliação na componente curricular CDI2, que serão, em sua maioria, retomadas nas seções de análise de dados empíricos que se seguem. Segundo nossa percepção, o ambiente que se estabeleceu entre as licenciandas em relação à avaliação foi diferente daquele que usualmente se instaura em dias de provas de Cálculo. Os excertos a seguir ilustram algumas colocações de participantes:

> *No dia 2 de maio realizei a primeira avaliação da disciplina, estava muito ansiosa com a prova. Ao recebê-la tive uma surpresa, pois imaginava que as questões seriam apenas cálculos, como estamos acostumados, entretanto, me deparei com uma prova bem elaborada, contextualizada, tranquila e que possibilitou muito aprendizado"* (participante P_1).

> *Sobre a avaliação, foi surpreendente ver quais eram as questões, pois estava esperando variadas questões para responder de integral, onde teria vários cálculos para fazer, mas não foi bem assim. Algumas das questões envolviam elaboração de questões, demonstrar o que entendemos sobre o assunto e os métodos utilizados para a resolução, como prepararia uma aula sobre áreas. As questões que os dois grupos elaboraram da aula do dia 15/04/2019 também estavam na prova* (participante P_4).

> *Uma prova interessante, pois até então não tinha me deparado com uma avalição de matemática interpretativa e voltada para minha formação como professora. As questões requeriam meus conhecimentos de cálculos, porém numa abordagem pedagógica, levando-me a refletir em meu futuro papel de docente em sala de aula.* (participante P_2)

Um aspecto que precisa ser revisto, segundo nossas próprias impressões e os comentários dos participantes, é a duração da avaliação escrita, considerando o tempo necessário para responder questões dessa natureza (isto é, que não abordassem apenas problemas matemáticos, mas também reflexões sobre ensino). A forma de corrigir as avaliações também foi diferente das experiências anteriores, em que respostas julgadas como erradas, por não usarem procedimentos padrões, eram inteiramente desconsideradas e marcadas com um "X". Com um novo olhar sobre a produção discente, ao corrigir as provas, o "X" deu lugar a diálogos entre professor formador e professor em formação inicial sobre raciocínios matemáticos, interpretações e procedimentos.

Além de constituírem uma prática importante para o professor em atuação, a análise da produção de estudantes vem ganhando destaque em pesquisas no campo da Educação Matemática (e.g. BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CURY, 1988, 1994, 2003, 2004, 2008; FIORENTINI, 2006), configurando-se como uma metodologia investigativa nos contextos do ensino e de formação do professor. Nesse sentido, nos alinhamos com a posição de Cury (2008) de que:

> As pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as soluções com os estudantes, os licenciados em Matemática estarão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre as possíveis metodologias de ensino que vão implementar no início de suas práticas, podendo ajudar seus alunos logo que detectarem alguma dificuldade (p. 93).

No entanto, reverter práticas arraigadas em culturas profissionais docentes consiste em um desafio significativo, afinal "todos nós somos sujeitos social e culturalmente constituídos e reproduzimos, em grande parte, os valores pelos quais fomos educados e formados. Assim, também o conceito de erro é histórico-cultural" (FIORENTINI, 2006, p. 2). Portanto, criar reflexões respaldadas no exercício da empatia pode provocar os professores em formação em relação às suas futuras práticas docentes, no sentido de questionarem a replicação de práticas convencionais de avaliação. Fiorentini reforça que:

> Esse olhar sobre o lugar e o papel político e histórico-cultural do erro no contexto escolar nos remete a uma reflexão e análise mais profunda e cuidadosa da presença da cultura do erro nas práticas educativas. Questionar e compreender os meandros de uma prática escolar naturalizada que apresenta múltiplas formas e mecanismos de tratar o erro é um desafio tanto para pesquisadores quanto para os próprios professores (FIORENTINI, 2006, p.04).

Nesse sentido, o "erro" não pode mais ser visto como "um mal a ser erradicado" nos contextos educacionais, mas como parte inerente ao processo de aprendizagem, tomado como objeto de reflexão, análise e problematização didático-pedagógica, em qualquer espaço e etapa educacional – especialmente na formação de professores. Essas discussões foram instauradas na devolução do resultado da avaliação escrita às licenciandas participantes.

4.2 PERSPECTIVAS DE MATEMÁTICA NÃO PROBLEMATIZADA NAS EXPERIÊNCIAS DISCENTES

Essa categoria emergiu dos dados empíricos produzidos na pesquisa, principalmente nas *narrativas escritas*, *perguntas disparadoras* e *portfólios*. Analisamos percepções das participantes sobre suas próprias experiências como estudantes de matemática na educação básica e na graduação. Segundo nossa interpretação, em diálogo com a literatura de referência desta pesquisa, nessas experiências predominam relatos sobre práticas orientadas por perspectivas de matemática não problematizada (no sentido apontado por Giraldo, 2018, 2019, 2020; Giraldo; Roque, 2021). Destacamos que essa interpretação se refere às percepções das próprias participantes sobre as práticas docentes com que tiveram contato em suas experiências como discente, e não pretende traçar qualquer avaliação ou juízo sobre tais práticas, uma vez que, em particular, não dispomos de instrumentos metodológicos que o permitissem. Porém, essas percepções podem exercer influência em nas futuras práticas docentes das participantes.

Assim, essa categoria nos possibilita entender as percepções dos participantes sobre suas próprias experiências como estudantes de matemática na educação básica e na licenciatura, bem como fazer inferências sobre como essas percepções podem influenciar sua formação como professores (em particular, no contexto do estudo empírico da pesquisa).Para melhor situar as experiências quanto aos níveis de escolarização, seguindo a ordem de escrita dos participantes, organizamos essa categoria em duas subcategorias: manifestações de matemática não problematizada nas experiências discentes na educação básica; manifestações de matemática não problematizada nas experiências discentes na licenciatura em matemática.

4.2.1Manifestações de matemática não problematizada nas experiências discentes na educação básica

Essa subcategoria emergiu mais fortemente das *narrativas escritas*. Os dados produzidos a partir desse instrumento sugerem, segundo nossa interpretação, que as experiências das participantes como estudantes da educação básica foram majoritariamente marcadas por abordagens não problematizadas em matemática. Por exemplo, referindo-se ao período correspondente do ensino fundamental, a participante Irena relata:

> *Durante minha trajetória escolar, percebi que a matemática sempre foi uma disciplina temida pelos alunos, notava-se o quanto as notas eram baixas e o índice de reprovação alta, era comum a preocupação na sala quando o professor marcava as avaliação e "desânimo" quando as entregavam. Cursei todo ensino fundamental na escola pública e parte dos professores que lecionaram a disciplina não possuíam formação na área; devido a isso era perceptível a insegurança e, para "facilitar", trabalhavam alguns conteúdos superficialmente.*
> *[...] A matemática foi ensinada desconexa da minha realidade, não sabia associar o que estava estudando com o meu cotidiano; o ensino*

era voltado apenas para memorização de fórmulas, resolução de contas enormes e problemas criados muitas vezes aleatoriamente pelos professores.
[...] propor atividades diferenciadas era raro, alguns [professores] alegavam que exigia tempo e gastos, com isso mantinham o ensino tradicional voltado para aulas explicativas, atividades e provas tudo em sala de aula com recursos que nela existiam (Irena, narrativas escritas).

Esse relato revela as percepções de Irena sobre abordagens de matemática desconectadas do seu dia a dia, marcadas pela exposição de resultados prontos, procedimentos mecânicos e memorização, que resultaram em temores e decepções frente à matemática, notas baixas e reprovações. Irena traz, em sua memória, referência de aulas expositivas e realização de provas, sem a inserção de recursos diferenciados, e declara tais práticas como “ensino tradicional”. Seus relatos convergem com os da participante Maria Laura, que narra:

O ensino da escola era tradicional, e em Matemática não era diferente, onde tive sete professores dessa disciplina (contando fundamental I e II). Sempre senti falta de aulas práticas, ou que podíamos [relacionar] os conteúdos na realidade, [...] (Maria Laura, narrativas escritas).

O termo “ensino tradicional” também é empregado por Maria Laura para qualificar a prática de todos os seus professores de matemática no ensino fundamental, apontando a falta de aulas práticas que pudessem associar o que estudava em matemática com “sua realidade”. Apesar de várias mudanças de professores, totalizando sete, a participante identifica as práticas de todos como iguais. Os relatos da participante Nilza também convergem com esses:

Recordo-me também da dificuldade que tinha em resolver algumas situações problemas, com um nível de interpretação maior, como a forma de ensino não abrandava esse fator e apresentava algumas deficiências, pois não havia uma reflexão do problema, ou seja, uma discussão do que estava sendo estudado. Além do mais, esses problemas eram atrelados a fórmulas que foram estudadas anteriormente, bastava apenas aplicá-las, ou seja, era algo mecânico, baseado apenas na repetição. As fórmulas muitas vezes eram apenas expostas ao quadro sem a abordagem de suas origens ou aplicações em outras áreas, ou sua aplicação na vida cotidiana
Em meu ensino fundamental comecei a achar a matemática muito maçante. Recordo quando o professor aplicou a fórmula de Bháskara e eu apenas decorei e aplicava nas questões que a exigiam, por muito tempo fiquei com a regra apenas “gravada” na memória. Num certo dia, um professor de ensino médio fez uma demonstração sucinta de sua origem, aí passei a associar as incógnitas da equação com a

> *questão em que devia aplicá-la. Essa forma de ensino baseada na memorização compactua diretamente com o modelo tradicional baseado na "decoreba."*
> *[...]*
> *Um outro fator, [muitas] vezes o professor é o centro do aprendizado, não havia uma relação aluno professor, mas um distanciamento que criava barreiras no ensino, alguns ex-colegas tinham medo de sanar suas dúvidas por terem medo de serem expostos; isso também me atingia de alguma forma, era como se o professor estivesse a quilômetros de distância, mesmo estando presente na sala* (Nilza, narrativas escritas).

A narrativa de Nilza sugere abordagens de matemática em que a apresentação de respostas ou fórmulas prontas para os problemas têm mais centralidade que os próprios problemas e seus contextos de produção, posição epistemológica criticada por Saito (2016) e por Giraldo e Roque (2021) e a que esses últimos autores se referem como *matemática não problematizada*. De fato, a participante relata que os problemas eram postos sem que houvesse discussões sobre os objetivos ou relevância de tratá-los, sem reflexões sobre seus significados, como evidenciam, por exemplo, os trechos: "*Não havia uma reflexão do problema, ou seja, uma discussão do que estava sendo estudado";* "A*s fórmulas muitas vezes eram apenas expostas ao quadro sem a abordagem de suas origens ou aplicações em outras áreas, ou sua aplicação na vida cotidiana"*. Nessa direção, Nilza relata que durante o seu ensino fundamental a matemática era maçante, pois era baseado na memorização de fórmulas para aplicação na resolução de questões.

Ela também pontua que memorizou a fórmula de Bháskara por muito tempo, mas que só no ensino médio, quando o professor mostrou sucintamente sua origem, começou a perceber sentido nas relações entre a simbologia da equação com os problemas a serem resolvidas. O depoimento de Nilza é consonante com a defesa de Saito (2016) e de Giraldo e Roque (2021), o de que situar os conceitos matemáticos nos contextos históricos e nos problemas que engendram sua produção pode contribuir com a construção de sentido pelos aprendizes para esses conceitos durante os processos formativos. Essa defesa é sustentada numa posição de que a matemática, como campo do conhecimento, se estrutura com base nos problemas e não nas soluções, chamada de *matemática problematizada* por Giraldo e Roque (2021). Nilza destaca ainda que, em suas experiências como estudante na educação básica, o professor muitas vezes ocupava um lugar de centralidade, absoluto, ao ponto de provocar temores nos alunos em sanar dúvidas, em serem expostos e de estabelecer uma relação de distanciamento entre estudantes e professor. Ela se refere a tais relações de matemática no ensino como "modelo tradicional".

Medo, fórmulas decoradas, falta de aula práticas, resolução de muitos exercícios mecânicos, provas difíceis, frustração também se destacam na narrativa da participante Diva Marília:

> *O ensino fundamental II (5ª a 8ª série, hoje 6º ao 9º ano) cursei em duas escolas distintas, sendo a 5ª e a 6ª série em uma escola municipal e a 7ª e a 8ª série em colégio estadual. O modo de ensino nas duas instituições também era diferente. Na primeira, os conteúdos matemáticos ministrados sempre viam acompanhados de muitos exercícios, o que me fez sentir sobrecarregada e com a sensação de não estar aprendendo. A professora (a mesma nas duas séries) em toda a aula enchia o quadro de assuntos, não fazia revisão, passava atividades do livro didático, além de trabalhos extras para computar nota. Às vezes tinha dúvidas, mas sentia receosa em perguntar, pois a docente era um pouco "brava".*
> *[...] Apesar de tirar notas boas, pedi minha mãe para me transferir de escola, assim fui matriculada no colégio estadual.*
> *O novo ambiente escolar me trouxe preocupação: a sensação do ensino ser igual ao da outra escola me deixava frustrada. Mas com o tempo consegui me adaptar, pois entendia o que a professora explicava e sempre que sentia dúvidas elas eram solucionadas.*
> *[...] No entanto, tudo sempre era feito do mesmo modo: a professora ensinava o conteúdo e passava atividades do livro didático. Para a avaliação, apenas era necessário decorar as fórmulas e recordar dos exercícios resolvidos em casa, pois a prova era praticamente igual.*
> *Se na primeira escola, as exigências eram muitas e o tempo curto, a segunda deixava a desejar por passar muito tempo cobrado o mesmo conteúdo. A única semelhança entre ambas é que nunca tive aulas práticas. A matemática aprendida se resumia somente a sala de aula e as fórmulas* (Diva Marília, narrativas escritas).

Diva Marília cursou o ensino fundamental em duas escolas de esferas públicas diferentes: primeiro, por dois anos, em uma escola municipal; depois, por igual período, em uma escola estadual. A participante relata que, na primeira escola, as aulas de matemática eram estruturadas pela exposição de muito conteúdo, seguida da cobrança da resolução de muitos exercícios, que às vezes eram pontuados como parte da avaliação. Porém, sua sensação era de não estar aprendendo. Além disso, hesitava em sanar suas dúvidas sobre o conteúdo, pois imperava o medo da professora que, segundo a participante, era um pouco "brava". Também relata que, mesmo conseguindo tirar boas notas, sua insatisfação a levou a pedir para mudar de escola. Porém, novamente se frustrou ao perceber que na nova instituição, o ensino era parecido, mas, ao menos, suas dúvidas eram sanadas. Ela relata que a concepção de ensino era a mesma: a professora ensinava o conteúdo, passava exercícios para serem resolvidos no livro, e solicitava que os alunos decorassem fórmulas e atividades já realizadas para responderem às provas. Diva

Marília conta que, na primeira escola, havia um excesso de conteúdos, que a sobrecarregava; enquanto que na segunda, gastava-se muito tempo estudando o mesmo conteúdo. Ela aponta que em ambas escolas nunca havia aulas práticas, que o ensino de matemática se resumia a aulas expositivas e em apresentação de fórmulas prontas.

Já a participante Patrícia não faz uma descrição explícita de sua trajetória escolar. No entanto, destacou a falta de estímulo, resultante de uma matemática não problematizada:

> *Nossa aprendizagem requer do indivíduo a aprender, e tem que haver um estímulo para isso, [...].*
> *No meu caso, foi isso que aconteceu em toda minha trajetória escolar falta de estímulo, desde as séries iniciais até onde estou agora. A falta de interesse em aprender prejudica a vida escolar do aluno, ele não tem uma forma adequada para se tornar um ser pensante* (Patrícia, narrativas escritas).

A participante defende que, para aprender, é preciso haver estímulo, destacando que a falta disso dificulta que o aprendiz se torne "*um ser pensante*". Patrícia relata que toda a sua trajetória com estudante na educação básica foi marcada por falta de estímulo e que causou um desinteresse generalizado em aprender o conteúdo. A participante também critica as avaliações escritas, argumentando que:

> *Ao olhar com outros olhares para os exames rigorosos elaborados pelos professor, dependendo do indivíduo, isso vai prejudicá-lo em seu desempenho no exame, os professores de forma geral deve pensar em cada aluno individualmente e na turma ao todo, por já ter passado por experiência em sala de aula; percebo que isso seria de fundamental importância, porém a indisciplina e a quantidade de alunos em sala de aula torna esse trabalho quase impossível, porém requer o professor tomar a iniciativa de mudar suas aulas em prol de uma aprendizagem de qualidade* (Patrícia, narrativas escritas).

Baseada em sua própria experiência, Patrícia argumenta que cada indivíduo tem suas particularidades e que exames rigorosos, que desconsiderem tal aspecto, podem prejudicar o desempenho dos aprendizes. No entanto, a participante, reconhece que a quantidade e a heterogeneidade de alunos numa turma dificultam a elaboração pelo professor de provas pensando em "*cada aluno individualmente e na turma ao todo*", e defende que o professor tenha a iniciativa de mudar sua abordagem para favorecer as aprendizagens dos estudantes.

Assim, podemos identificar convergências entre as narrativas dessas participantes em diversos aspectos. Em primeiro lugar, destacam-se os relatos das participantes sobre um ensino de matemática baseado na apresentação e na memorização de procedimentos e de fatos prontos (sobretudo "fórmulas"), que faziam pouco sentido para os aprendizes, como evidenciam, por exemplo, os seguintes trechos das narrativas escritas:

> *O ensino era voltado apenas para memorização de fórmulas, resolução de contas enormes e problemas criados muitas vezes aleatoriamente pelos professores* (Irena, narrativas escritas).
>
> *Para a avaliação, apenas era necessário decorar as fórmulas e recordar dos exercícios resolvidos em casa, pois a prova era praticamente igual* (Diva Marília, narrativas escritas).
>
> *Essa forma de ensino baseado na memorização compactua diretamente com o modelo tradicional baseado na "decoreba"* (Nilza, narrativas escritas).
>
> *Talvez o fato de a matemática ser ensinada de forma mecânica e de forma repetitiva, muitos dos professores não traziam maneiras lúdicas, como os jogos por exemplo, os assuntos eram sempre apresentados no quadro como dito anteriormente, criou se esse mito de que a matemática é "chata"* (Irena, narrativas escritas).
>
> *[O ensino de matemática era] voltado apenas para memorização de fórmulas, resolução de contas enormes, [...], aulas explicativas, atividades e prova, tudo em sala de aula com recursos que nela existiam* (Irena, narrativas escritas).

As narrativas das participantes nos remetem à pedagogia bancária denunciada por Paulo Freire (1987): uma educação como um ato de depositar um conhecimento pronto, em que os educandos são os depositários e o educador o depositante. Interpretamos ainda essas narrativas como manifestações de um ensino baseado em uma perspectiva não problematizada na dimensão epistemológica da matemática, no sentido de Giraldo e Roque (2021). Isto é, as percepções das participantes parecem dar conta de práticas docentes sustentadas em concepções de que conteúdo matemático se estrutura a partir das soluções e de que, sendo assim, o ensino de matemática deve se limitar a apresentar respostas prontas, com os problemas que geram essas soluções ocupando uma posição secundária. Podemos associar essa perspectiva a uma "escola anacrônica, ainda baseada em um paradigma de aquisição de conhecimentos prontos – uma escola que ignora inteiramente as transformações sociais, culturais e as formas de comunicação e de produção de conhecimento" (GIRALDO, 2018, p. 38).

Essas narrativas das participantes são, com frequência, acompanhadas de relatos sobre um ensino de matemática desvinculado da "*realidade*" ou do "*cotidiano*" e sem atividades "práticas". Por exemplo, Nilza declara:

> *Além do mais, esses problemas eram atrelados a fórmula que foram estudadas anteriormente, bastava apenas aplicá-las, ou seja, era algo mecânico, baseado apenas na repetição. As fórmulas muitas vezes eram apenas expostas ao quadro sem a abordagem de suas origens ou aplicações em outras áreas, ou sua aplicação na vida cotidiana* (Nilza, narrativas escritas).

Esses anseios também são manifestados por Maria Laura, que comenta: "*Sempre senti falta de aulas práticas*"; bem como por Diva Marília que, ao falar sobre as duas escolas em que estudou no ensino fundamental, pontua: "*A única semelhança entre ambas é que nunca tive aulas práticas. A matemática aprendida se resumia somente à sala de aula e às fórmulas*". Além disso, os relatos de Irena de que "*a matemática foi ensinada desconexa da minha realidade, não sabia associar o que estava estudando com o meu cotidiano*" convergem com os de Nilza, que apontou que o ensino não abordou "*sua aplicação na vida cotidiana*", bem como com os de Maria Laura, que expressou a impossibilidade de *"[relacionar] os conteúdos na realidade*".

Essa perspectiva de ensino descontextualizado, a que Irena se refere como "*narração de conteúdos*", pode ser associada à denúncia de Paulo Freire (1987) de uma educação não problematizadora, em que o "saber que deixa de ser de 'experiência feita' para ser de experiência narrada ou transmitida" (p.34). O autor destaca que, nessa perspectiva, "[...] conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam significação" (FREIRE, 1987, p. 33). Para Paulo Freire, não há criatividade nem transformação, não há saber, pois não há invenção nem reinvenção.

Para Giraldo e Roque (2021), essas percepções de falta de relações dos conteúdos escolares com a "*realidade*" ou de ausência de aplicações "*práticas*" no ensino podem também estar relacionadas com uma perspectiva de matemática não problematizada. Esses autores defendem que apresentar os conceitos matemáticas a partir dos problemas que engendram sua produção pode recontextualizar a disciplina, conectando seus conhecimentos a uma rede de significados e ideias diversas tanto em contextos internos da própria matemática como de suas aplicações, favorecendo a construção de sentidos pelos aprendizes (ROQUE; GIRALDO, 2014; GIRALDO; ROQUE, 2012). Os argumentos de Giraldo e Roque têm ressonância em Miguel e Miorim (2019), que consideram que o ensino de matemática, a partir da perspectiva de sua história e de seus usos sociais, dá sentido às suas ideias, conceitos e possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico.

As percepções das participantes sobre as figuras de seus professores de matemática na educação básica também têm destaque em suas narrativas. Por exemplo, Nilza comenta que *"[muitas] vezes o professor é o centro do aprendizado, não havia uma relação aluno-professor"* e que "*era como se o professor estivesse a quilômetros de distância, mesmo estando presente na sala*".

Essas percepções também remetem às críticas de Freire (1987) acerca da pedagogia bancária, em que o professor fala e os alunos ouvem passivamente. O autor destaca as posições fixas e separadas entre educadores e educandos na concepção não problematizadora de educação: "o educador, que aliena a ignorância, se mantém em posições fixas, invariáveis. Será sempre o que sabe, enquanto os educandos serão sempre os que não sabem. A rigidez destas posições nega a educação e o conhecimento como processos de busca." (FREIRE, 1987, p. 34). Ou seja, numa abordagem não problematizada, nega-se aos aprendizes o protagonismo no processo de construção do próprio conhecimento e a possibilidade de serem (re)inventores de uma matemática em suas diversas possibilidades.

Interpretamos, ainda, as impressões das participantes sobre seus professores com base em uma perspectiva não problematizada na dimensão da epistemologia do ensino de matemática, como apontam Giraldo e Roque (2021). Para esses autores, concepções sobre o conhecimento matemático dão centralidade às soluções, relegam os problemas a posições secundárias e se articulam com práticas docentes culturalmente legitimadas, que colocam professores em posições rígidas e apartadas. Os autores afirmam ainda que essas práticas docentes e perspectivas não problematizadas, na dimensão epistemológica da matemática, se alimentam mutuamente à medida que tais práticas se sustentam sobre e contribuem para perpetuar perspectivas de matemática não problematizada.

As narrativas das participantes também revelam sensações provocadas por suas experiências com as formas de abordagem do conteúdo e com seus professores de matemática – sensações descritas por termos como "desânimo", "decepção", "frustração" ou "temor". Por exemplo, Diva Marília relata que, apesar de ter mudado de escola, migrando da rede de ensino municipal para a estadual, "*a sensação do ensino ser igual ao da outra escola me deixava frustrada"*. De forma semelhante, as participantes relatam:

> *[...] os conteúdos matemáticos ministrados sempre vinham acompanhados de muitos exercícios, o que me fez sentir*

> *sobrecarregada e com a sensação de não estar aprendendo. [...] A professora (a mesma nas duas séries) em toda a aula enchia o quadro de assuntos, não fazia revisão, passava atividades do livro didático, além de trabalhos extras para computar nota* (Diva Marília, narrativas escritas).
>
> *Durante minha trajetória escolar, percebi que a matemática sempre foi uma disciplina temida pelos alunos [...], era comum a preocupação na sala quando o professor marcava a avaliação e "desânimo" quando as entregavam* (Irena, narrativas escritas).
>
> *Alguns ex-colegas tinham medo de sanar suas dúvidas por terem medo de serem expostos, isso também me atingia de alguma forma, era como se o professor estivesse a quilômetros de distância, mesmo estando presente na sala* (Nilza, narrativas escritas).
>
> *Às vezes tinha dúvidas, mas sentia receosa em perguntar, pois a docente era um pouco "brava"* (Diva Marília, narrativas escritas).

Essas sensações também são apontadas pelas participantes em relação às avaliações e provas. Por exemplo, Irena comenta que "*era comum a preocupação na sala quando o professor marcava as avaliações e 'desânimo' quando as entregavam*". A participante expressa que era comum ficar emocionalmente alterada quando o professor marcava a data da avaliação, deixando-a (e os colegas) preocupada. Irena também relata sensações de desânimo ao receber resultados das avaliações por não considerar seu desempenho satisfatório diante de provas rigorosas, culminando em muitos "erros".

As participantes destacam também que essas sensações podem cristalizar relações ou visões sobre a disciplina matemática, tais como: *"mito de que a matemática é chata",* conforme expressou Nilza; ou "*como se essa fosse um bicho de sete cabeças*", como pontuou Maria Laura. A participante Diva Marília ainda reforça que as formas de ensinar podem fazer com que alunos da educação básica não gostem de matemática e a vejam "*como uma matéria difícil e complicada*", constituindo obstáculos para aprendizagens.

As práticas docentes que fomentam essas sensações podem ser associadas à educação não problematizadora denunciada por Freire (1987). O papel do "erro" nas práticas docentes e de avalição em matemática tem sido amplamente discutido e questionado por diversos autores (e.g. FIORENTINI, 2006; CURY, 2007). Sobre esse aspecto, voltamos a recorrer à perspectiva não problematizada na dimensão da epistemologia do ensino de matemática apontada por Giraldo e Roque (2021). Segundo esses autores, concepções que consideram os problemas como estados de deficiência provisórios atribuídos a incapacidades dos sujeitos se materializam em práticas docentes em que os “erros” são vistos como marcas de ausência de saber em relação a um conhecimento fixo de referência que são inerentes aos aprendizes e, em geral, relacionadas com deficiências cognitivas ou com hierarquizações sociais. Giraldo e Roque defendem que os “erros” devem ser vistos como possibilidades de produzir outros conhecimentos, em uma perspectiva problematizada na dimensão epistemológica do ensino de matemática.

Após descreverem suas trajetórias escolares no ensino fundamental, as participantes relatam sucintamente suas experiências no ensino médio, apontado a replicação de práticas vivenciadas no ensino fundamental, mas também novas visões sobre a matemática. Por exemplo, Diva Marília relata que fez o curso técnico em Administração no ensino médio, em que as aulas de matemática ocorriam somente duas vezes por semana. Sobre os conteúdos de matemática estudados no curso, ela comenta:

> *Vale ressaltar que alguns conteúdos foram ensinados de forma bem genérica, nunca vistos a fundo, somente conceitos básicos, pois como dito anteriormente, eram poucas as aulas semanais, às vezes o professor dedicava as aulas para os alunos resolverem exercícios em sala, perdendo tempo. Como no Ensino Fundamental I e II, nunca tive aulas práticas [...]* (Diva Marília, narrativas escritas).

De forma semelhante às narrativas anteriores, a participante relata que os conteúdos estudados no ensino médio foram superficiais e que imperava a resolução de exercícios, desvinculada de aulas práticas, pois a quantidade de aulas era insuficiente. Por outro lado, algumas das participantes afirmam ter tido um novo olhar sobre a matemática em seus percursos escolares no ensino médio. Por exemplo, Irena relata:

> *No ensino médio, enxerguei a matemática de outra forma, estudei três anos consecutivos com o mesmo professor e a metodologia por ele era diferenciada, aulas expositivas, contextualizada e dinâmica, foi essa mudança na forma de lecionar que desenvolvi o gosto pela matemática, comecei a entender melhor os conteúdos e suas aplicações e foi a partir daí que cheguei à conclusão que cursaria licenciatura em matemática* (Irena, narrativas escritas).

A metodologia diferenciada a que a participante se refere, baseada em aulas expositivas, contextualizadas e dinâmicas, empregada pelo único professor que teve durante os três anos do ensino médio, fez com que Irena ressignificasse suas impressões sobre a matemática desenvolvida no ensino fundamental. Ela desenvolveu gosto pela matemática, pois começou a compreender melhor os conteúdos e suas aplicações, e isso a impulsionou querer cursar Licenciatura em Matemática. Essas expressões convergem ao relato de Nilza:

> *No Ensino Médio, comecei a adquirir um gosto pela matemática, comecei a enxergar seu brilho, as aplicações nas diversas áreas, apesar de gostar muito da área de humanas, optei por fazer licenciatura em matemática na UNEB influenciada por meu professor, a princípio fiquei com medo* (Nilza, narrativas escritas).

Nilza revela que, no ensino médio, ao começar enxergar as aplicações, começou a gostar de matemática, ao ponto de sofrer influências de seu professor e criar coragem para cursar Licenciatura em Matemática. Consideramos que, como comenta Roque (2012), “Possivelmente, [...] elas podem não querer dizer, somente, que desejam ver esse conhecimento aplicado às necessidades práticas, mas também que almejam compreender seus conceitos em relação a algo que lhes dê sentido” (p. 32).

As experiências no ensino médio, consideradas positivas por Irena e Nilza, as conduziram à opção em cursar Licenciatura em Matemática. No entanto, Maria Laura, revelou um desejo diferente com relação a sua formação profissional. Essa participante não descreve detalhadamente suas vivências no ensino médio, mas relata uma experiência que a ajudou escolher o curso universitário:

> *No Ensino Médio, o meu sonho era cursar Engenharia Química, mas mudei de ideia e resolvi estudar Ciências da Computação. Ao conversar com uma professora de matemática, ela foi me convencendo a tentar o curso de matemática, mas eu não queria ser professora* (Maria Laura, narrativas escritas).

Maria Laura relata que, no ensino médio, sua pretensão era não cursar Licenciatura, pois “*não queria ser professora*”, apesar de ser tocada por incentivos da sua professora. A participante conta que sua nota de exame nacional do ensino médio não foi suficiente para aprovação no curso de Ciências da Computação, mas foi aprovada na segunda opção em Licenciatura em Matemática. No entanto, ao ingressar nesse curso, desenvolveu gosto e “*vontade de ser docente*” e de ser “*uma profissional diferenciada*”:

> *Hoje eu gosto do curso e tenho vontade de ser docente. Quero ser uma profissional diferenciada, que faça com que os alunos gostem da disciplina e não a veja como se essa fosse um bicho de sete cabeças* (Maria Laura, narrativas escritas).

Maria Laura narra que, ainda que a princípio não tivesse intenção de cursar Licenciatura em Matemática, ao ingressar no curso, passou a gostar. Ela faz reflexões no sentido de tomar uma postura docente diferente daquelas que vivenciou como estudante na educação básica, ressignificando a abordagem para que seus futuros alunos possam gostar de matemática e não ver a disciplina como algo "assustador".

Esses depoimentos das participantes sugerem que suas experiências como estudantes de matemática na educação básica produziram ressignificações.

4.2.2 Perspectivas de matemática não problematizada nas experiências discentes na licenciatura em matemática

Passaremos a analisar agora aspectos das narrativas das participantes sobre suas trajetórias no curso de Licenciatura em Matemática. Fiorentini (2005) chama atenção para um saber da tradição pedagógica escolar, herdado da experiência escolar anterior, muitas vezes ratificado pelas abordagens nas componentes curriculares específicas de matemática nos cursos de formação inicial. Nilza relata que já entrou na universidade um "*pouco traumatizada*", por "*ouvir comentários em relação aos professores*", mas se manteve confiante. Ela complementa:

> *Eu tinha uma visão abrangente da faculdade, mas ao entrar me deparei com a mesma forma de Ensino Médio, em algumas matérias é claro, percebi apenas que na universidade havia uma maior exigência e menos comprometimento.*
> *[...]Outro fator é a falta de atividades práticas, por ser um curso que está formando professores para o ensino básico deveria ter mais aulas que aproxime o aluno da realidade escolar.*
> *[...] comecei a questionar se era isso mesmo que queria, infelizmente não consegui acompanhar o ritmo de aula com muitos exercícios e pressões, posso afirmar que faço licenciatura pelo fato do grande conhecimento que ele vai me propiciar, mas não quero levar para meu futuro, pretendo outro curso* (Nilza, narrativas escritas).

Nilza pontua que algumas componentes curriculares são abordadas na universidade da mesma forma como no ensino médio, porém com maior rigor. Ela destaca um ritmo de aulas com muitos exercícios que a faziam se sentir pressionada – a ponto de considerar não seguir a carreira docente.Nilza aponta ainda a falta de atividades práticas voltadas para a formação de professores que atuarão na educação básica. De forma semelhante, Patrícia relata que:

> *As dificuldades em me adaptar a faculdade me prejudicou muito no decorrer do curso até esse momento, o pouco tempo de digerir muitos conteúdos ao mesmo tempo para ser aprovada no fim do semestre, os exames esmagadores para desafiar os alunos era horrível, nunca me dei bem em exames, mas com o passar dos anos na universidade percebi que eu teria que estudar bastante ou decorar questões, resolvê-las mais de uma vez se eu aprendia ou não aquele assunto, porém nunca entendi realmente como todo assunto era aplicado na vida cotidiana* (Patrícia, narrativas escritas).

Patrícia expressa se sentir prejudicada em seu curso de graduação, alegando tempo incompatível com a quantidade de conteúdos expostos que deveria absorver para ser aprovada nos exames, o que qualifica como "*esmagadores*" e "*horríveis*". A participante conta que nunca conseguia construir sentidos para os assuntos estudados.

A participante Diva Marília (que declarou sempre ter tido vontade de cursar Licenciatura em Matemática e nunca ter sido reprovada na educação básica) contou que no 5º semestre do curso de graduação, por estar envolvida com problemas familiares e por não entender o conteúdo, foi reprovada em duas matérias, sendo uma delas Cálculo Diferencial e Integral II, e relata:

> *Com relação ao professor que ministrava a matéria, o método utilizado por ele era de três níveis: fácil ao explicar o conteúdo, intermediário nos exercícios para treino e praticamente "impossível" ao responder as provas. Estudava em casa o máximo que podia e compreendia o assunto, porém quando chegava o momento da avaliação me sentia completamente frustrada, pois não era cobrado praticamente nada do que era passado em sala de aula. Então, fiz somente até o segundo crédito e depois desisti da matéria. Outro ponto negativo era a correção das provas, pois tudo tinha que ser respondido do mesmo jeito dos exemplos dados por ele durante as aulas. Ouvi o caso de uma aluna que fez outra disciplina com esse professor e em uma prova respondida, ele descontou 0,5 ponto da questão dela, mesmo estando correta, porque não estava solucionada do modo que ele ensinou, sendo que a resolução seguia um caminho mais fácil e chegava à mesma resposta* (Diva Marília, narrativas escritas).

Diva Marília narra uma abordagem de Cálculo Diferencial e Integral, que oscilava da "facilidade" das explicações até a "impossibilidade" das provas. O que era cobrado nas provas não correspondia ao que havia sido discutido em aula, e isso a deixava frustrada, levando-a desistir do componente curricular. Ela critica a forma de correção das provas, afirmando que respostas que não replicassem exemplos dados pelo professor eram consideradas erradas.

Os relatos das participantes – especialmente esse último comentário de Diva Marília – remetem novamente a uma perspectiva não problematizada na dimensão da epistemologia do ensino de matemática (GIRALDO; ROQUE, 2021), em que o "erro" é visto como ausência ou insuficiência de um conhecimento de referência considerado fixo a priori.

As participantes também apontam dificuldades com as componentes curriculares da Licenciatura atribuídas à falta de conhecimentos prévios, que supostamente deveriam ter ao ingressar na graduação e cuja superação demandaria grandes esforços. Por exemplo, Irena relata que:

> *Algumas dificuldades me acompanharam e quando iniciei minha vida acadêmica isso ficou perceptível, principalmente por algumas disciplinas exigir conhecimentos prévios que eu não possuía, então foi através de videoaulas, noites e noites sem dormir que busquei preencher algumas lacunas deixadas durante o ensino fundamental* (Irena, narrativas escritas).

Há mais de cem anos, o matemático Felix Klein denunciava em sua obra – hoje clássica – *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior* (KLEIN, 1908) uma ruptura entre a escola básica e os cursos universitários de formação de professores de matemática. O autor identifica essa ruptura como uma dupla descontinuidade: por um lado, quando os futuros professores ingressam nos cursos de graduação, identificam poucas relações entre a matemática ensinada na universidade e aquela anteriormente aprendida na escola básica; por outro, quando concluem esses cursos, reconhecem poucas relações entre a matemática da universidade e aquela com que têm que lidar na prática docente. Giraldo (2018) observa que, "a ruptura denunciada por Klein não é particular de seu tempo ou de seu contexto social, e tem paralelos com resultados de pesquisas mais recentes em educação matemática" (p. 37).

Relatos como esse último de Irena podem ser interpretados como manifestações da primeira descontinuidade denunciada por Klein. Entretanto, um olhar mais cuidadoso para as narrativas das participantes nos revela, segundo sua percepção, que alguns aspectos se mantêm e outros que são rompidos na transição das abordagens de matemática da escola para a universidade. Por um lado, as participantes parecem considerar que, assim como na educação básica, o ensino de matemática do curso de graduação é fortemente baseado na apresentação e na memorização de fatos e procedimentos prontos, e com poucas atividades consideradas "práticas". Por outro lado, elas destacam que o ensino de matemática na universidade é significativamente mais rígido, rigoroso, exigente e com maior volume de conteúdo e de exercícios, o que constitui um rompimento em relação às abordagens de matemática na escola básica – e esse rompimento está associado com muitas das dificuldades que elas vivenciam. Além disso, a segunda descontinuidade identificada pelo autor também pode ser reconhecida nas narrativas das participantes. Por exemplo:

> *A falta de atividades práticas, por ser um curso que está formando professores para o ensino básico deveria ter mais aulas que aproxime o aluno da realidade escolar* (Nilza, narrativas escritas).

> *É comum entre alunos da universidade questões como: pra que aprender Cálculo se estamos fazendo um curso de licenciatura e, ao formarmos, seremos professores de ensino fundamental e ensino médio e esses conteúdos não são ensinados nessas séries? Pra que servem tantos limites, derivadas e integrais? Vou usar isso em quê? E por que os professores pregam o ensino contextualizado e no momento das aulas nos enchem de fórmulas que nem sequer têm sentido? A perspectiva que tinha ao ingressar na universidade era um ensino coerente, no qual entenderia para que servem as fórmulas e as expressões matemática* (Diva Marília, narrativas escritas).

> *Embora o curso não tenha nos preparado mesmo para ser professor, pois a maioria das disciplinas são ensinadas sem vermos relações com assuntos do ensino fundamental ou médio, já que o foco do curso é forma educadores da Educação Básica, em muitas dessas disciplinas nos é imposto que temos que aprender o assunto e fórmulas, mas o "aprender a ensinar" aquele assunto não é debatido. Algumas das disciplinas que mais assustam a maioria dos alunos são os cálculos, já que os seus assuntos são vistos como coisas de outro mundo, e na grande maioria das vezes, o docente dessa disciplina é visto como carrasco* (Maria Laura, narrativas escritas).

De acordo Fiorentini e Oliveira (2013), essas críticas são comuns entre licenciandos e egressos de cursos de licenciatura. Os autores esclarecem que essas críticas se referem, sobretudo, às "disciplinas específicas, às metodologias de ensino das aulas, ao distanciamento ou desconexão entre as práticas de formação e as práticas de ensinar e aprender na escola básica, à falta de diálogo ou interrelação entre as disciplinas específicas e as de formação didático-pedagógica, entre outras" (p.919). As narrativas das participantes revelam uma concepção em que se espera que a repetição de muitos procedimentos e exercícios resulte em acúmulo de mais conhecimentos e, consequentemente, em melhor preparação para o exercício da futura prática docente. Fiorentini e Oliveira (2013) pontuam que, nessa concepção, a matemática ocupa um lugar central e fundamental, porém, fortemente distanciado das práticas escolares, pois a aplicação desses conhecimentos passa por um processo de racionalidade técnica. Ou seja, o conhecimento com “*maiores exigências*” produzido por especialistas precisa ser simplificado e transposto para um saber ensinável nas escolas.

Também interpretamos as narrativas das participantes sobre a abordagem de matemática nos cursos de licenciatura como manifestações de concepção de *conhecimento para a prática*, indicada por Cochran-Smith e Lytle (1999). Segundo ela, o saber de referência para a formação de professores é o conhecimento disciplinar científico correspondente. A autoridade sobre esse conhecimento estaria em especialistas na universidade, e caberia aos professores simplificá-lo e aplicá-lo na “prática” na educação básica.

Em particular, o Cálculo Diferencial e Integral parece ocupar um lugar de especial destaque nas narrativas das participantes – como uma das componentes curriculares mais “assustadores” e com professores mais rigorosos, como ilustra o depoimento de Maria Laura:

> *Algumas das disciplinas que mais assustam a maioria dos alunos são os cálculos, já que os seus assuntos são vistos como coisas de outro mundo, e na grande maioria das vezes, o docente dessa disciplina é visto como carrasco*. (Maria Laura, narrativas escritas)

Além disso, o Cálculo Diferencial e Integral parece ser, nas percepções das participantes, uma das componentes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática mais desconectadas da prática docente na educação básica. Essas impressões se materializam em questionamentos tais como: *para que servem os conteúdos estudados em Cálculo Diferencial e Integral, se não vou ensiná-los na educação básica? Se vou ser professor ou professora nas escolas, onde vou usar os conteúdos de Cálculo?*

Para Castro e Carvajal (2018), as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral tendem a se concentrar no desenvolvimento de habilidades mecânicas, bem como na memorização de algoritmos. De forma semelhante, Silva (2010) afirma que o Cálculo é ensinado com uma exposição semelhante na maioria das salas de aulas, sendo apresentado aos alunos como um corpo linear de conhecimentos muito bem estruturado. A autora alega que em “pouquíssimas situações os alunos são envolvidos em uma metodologia de ensino que os levem a uma visão epistemológica do conhecimento matemático; em que possam traçar a trajetória do conhecimento matemático produzido” (SILVA, 2010, p. 33-34). É justamente essa visão, a partir dos processos de produção do conhecimento, que Giraldo e Roque (2021) consideram que poderia dar sentido à matemática nas práticas docentes, em uma perspectiva de matemática problematizada.

No restante da subseção, apresentamos algumas percepções sobre as experiências das participantes na componente curricular CDI2 – buscando, em particular, possíveis confirmações ou ressignificações das impressões sobre o Cálculo Diferencial e Integral manifestadas em suas narrativas.

Nas respostas das quatro perguntas disparadoras propostas no 2º encontro, sobre abordagens para o conceito de área, as participantes reafirmam suas experiências com um ensino mecanizado e baseado na apresentação de fórmulas prontas, mas também manifestam intenções de buscar outras metodologias de ensino em suas futuras práticas docentes:

> *O ensino era um pouco mecânico, o conceito de área nunca foi trabalhado de maneira dinâmica, era formada apenas a concepção de que base vezes altura e lado vezes lado corresponde a área, nunca houve de fato uma explanação mais aprofundada.* (P_3, resposta à 3ª pergunta disparadora)

> *Pretendo ensinar de maneira bem dinâmica, trazendo as figuras para serem manipuladas, explicar de onde surgiram as fórmulas, a importância dessa temática no cotidiano. Levar os alunos a campo para entrar em contato com o assunto, por exemplo, em uma construção [civil].* (P_3, resposta à 4ª pergunta disparadora)

> *Na minha docência, pretendo trabalhar de forma diferenciada e o mais lúdico possível a depender dos conteúdos trabalhados. Buscarei propor atividades de pesquisa em que os alunos possam explorar outros lugares, além da sala de aula. Assim, acredito que a aprendizagem se torna mais significativa para o aluno e este possa relacionar o que é estudado em sala com a vida cotidiana.* (P_1, resposta à 4ª pergunta disparadora)

Sobre a própria experiência com as perguntas disparadoras, P_3 relata em seu portfólio:

> *Esse questionário foi de extrema importância para refletirmos sobre o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo ao longo dos anos na educação básica dando margem a questionamentos como: quais metodologias novas poderíamos utilizar? Como tornar essas metodologias eficientes? Jogos que promovam a ludicidade, seria essa a solução?* (P_3, portfólio).

As participantes expressam em seus portfólios outras impressões sobre a experiência com a componente curricular CDI2, destacando alguns aspectos da abordagem e comparando-os com as formas como o Cálculo Diferencial e Integral é usualmente ensinado, em sua percepção. Por exemplo:

> *Durante nossa vida escolar e acadêmica, a matemática nos é apresentada de forma difícil e complexa, sem vínculo nenhum com o cotidiano, ou seja, é baseada em fórmulas e resolução de problemas. Somos ensinados a, quando formos professores, planejar aulas contextualizadas. Porém, na própria universidade, aprendemos uma matemática em que o melhor aluno da turma é aquele que domina os cálculos e tira notas excelentes em provas.*
> *Porém o professor Daniel foi capaz de nos mostrar, através da metodologia utilizada em suas aulas, que é possível contextualizar a matemática, principalmente a disciplina de Cálculo. [...]*
> *E o mais interessante das aulas foram os debates em relação à educação básica. Às vezes, mistificamos a ideia de que o nosso aprendizado em aulas de Cálculo nada tem a ver como que ensinaremos no fundamental e médio. E é justamente um pensamento equivocado...* (P_2, portfólio).

> O *curso de licenciatura em matemática nos apresentou uma matemática com foco apenas na resolução de exercícios e assuntos no quadro, ou seja, não havia uma relação do assunto tratado com o cotidiano, nem mesmo a criação de novos métodos de ensino. Nas aulas de cálculo 2 com o professor Daniel, com o uso de novas metodologias, aprendi que a matemática acadêmica, especificamente o cálculo, está intrinsecamente ligada ao nosso cotidiano e com conteúdos da educação básica* (P_3, portfólio).

> *Estamos acostumados a aprender os conteúdos matemáticos pelo método tradicional; apenas explicações, atividades e avaliações e, muitas vezes, o ensino de integrais limita-se à memorização de técnicas de integração. Devido a isso, pensava que o docente trabalharia a disciplina Cálculo II desta forma.*
> *Entretanto, de forma dinamizada, investigativa e com utilização de recursos tecnológicos o docente trouxe um método diferenciado e inovador...* (P_1, portfólio).

Esses depoimentos evidenciam percepções das participantes de que a abordagem de CDI2 deu mais sentido aos conceitos discutidos, tornando-os mais "*práticos*", relacionando-os com o "*cotidiano*" e, ainda, com a matemática da educação básica. Além disso, as participantes expressam explicitamente uma oposição entre essa abordagem e o ensino usual de Cálculo Diferencial e Integral e até mesmo o ensino de matemática na escola básica, que seriam mais calcados na apresentação de fórmulas e procedimentos prontos. Em nossa interpretação, essas percepções constituem indícios de que uma abordagem com centralidade nos processos de produção de conhecimento, no nosso caso a partir de história e de tecnologias, em uma perspectiva de matemática problematizada (GIRALDO; ROQUE, 2021), pode dar mais sentido às ideias matemáticas. Entretanto, devemos entender melhor que sentidos as participantes atribuem às expressões como "*contextualizar no cotidiano*" e "*tornar mais prático*" e, em particular, como esses sentidos se relacionam com suas perspectivas para a futura prática docente.

4.3 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

Diversos autores (e.g. BALL, 1988; FIORENTINI, 2005; OLIVEIRA, FIORENTINI, 2018) apontam que, comumente, práticas docentes de professores da educação básica têm como referências dominantes (de formas tácitas ou explícitas) suas próprias experiências anteriores como estudantes e os exemplos que professores constituem. Com base nos trabalhos desses autores, Roque e Giraldo (2014) defendem que os conteúdos da matemática escolar devam ser revisitados sob outra perspectiva, nos cursos de formação inicial. Desta forma, os futuros professores podem ressignificar seus conhecimentos sobre esses conteúdos, passando a entendê-los da perspectiva dos saberes de matemática do ensino, produzindo sentidos que poderão repercutir em suas práticas.

Nesta categoria, procuramos evidências empíricas que indiquem ressignificações nas percepções das participantes sobre o ensino de conceitos de matemática a partir de suas experiências no componente curricular CDI2. Começamos destacando expectativas das participantes sobre o componente curricular, expressas nas narrativas escritas antes dos encontros. A narrativa de Patrícia revela que esperava uma postura mais afetiva por parte do professor de CDI2:

> *É isso que espero do professor de Cálculo, mais humildade, compreensão e amor ao ensino, observando cada aluno ao seu redor e observando quais suas dificuldades e facilidades, em relação aos métodos utilizados para a avaliação e ensino. Com isso, quero aproveitar o máximo para aprender mais da matéria, apesar das dificuldades em outras matérias antecedentes a Cálculo II* (Patrícia, narrativas escritas).

O uso de termos como "*humildade*", "*compreensão*" e "*amor*" pode sugerir preocupações construídas a partir de dificuldades anteriores e expectativas de uma postura docente que leve em conta essas dificuldades e as individualidades dos estudantes. Essas preocupações e expectativas, por serem amplificadas pelo fato de se tratar de uma componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral, que, como a dimensão de análise anterior desta pesquisa indica, é vista pelas licenciandas como sendo difícil e distanciada da matemática da educação básica, tem seu papel no curso de Licenciatura em Matemática questionado. As narrativas das participantes também revelam expectativas quanto a tal papel da componente curricular em sua formação inicial docente. Nesse sentido, Maria Laura afirma que:

> *Em muitas dessas disciplinas, nos é imposto que temos que aprender o assunto e fórmulas, mas o "aprender a ensinar" aquele assunto não é debatido* (Maria Laura, narrativas escritas).

De forma semelhante, outras participantes comentam:

> *Neste semestre início a disciplina de cálculo II. Espero aprender além dos conteúdos estabelecidos pela ementa e que o docente trabalhe com aulas interativas e diferenciadas, proporcionando novas descobertas, levando-me à reflexão acerca de conteúdos diversos. E todo esse conhecimento adquirido durante a disciplina contribua para minha formação profissional* (Irena, narrativas escritas).

> *Nas matérias de Cálculo, é de grande importância ser trabalhado a prática para maior compreensão do conteúdo trabalhado, por isso teoria e prática andam juntas, dando qualidade à nossa aprendizagem. Espero que nós, futuros professores, possamos aprender cada dia mais com novos métodos de ensino proporcionando um ensino de qualidade aos nossos futuros alunos* (Patrícia, narrativas escritas).

> *Aprender a ensinar matemática de forma contextualizada e divertida é necessário para que alunos da educação básica passem a gostar da disciplina, e não a veja somente como uma matéria difícil e complicada. Para poder mudar o ensino, é imprescindível que a universidade trabalhe com a formação de futuros professores capazes de aprender matemática, aprender a ensinar e aprender a ensinar matemática, pois é perceptível no ensino superior o rótulo de ser inteligente aquele aluno que tira notas excelentes nas disciplinas de Cálculo, não levando em conta outros fatores. Ser professor, na minha concepção, não é dominar a matemática, mas saber passar os seus conhecimentos, além de ser capaz de despertar no outro o interesse em aprender e compreender o mundo a sua volta* (Diva Marília, narrativas escritas).

Assim, as participantes expressam expectativas em aprender não apenas o conteúdo matemático, mas também "*aprender a ensinar*", incluindo novos métodos de ensino, articulações entre teoria e prática, formas de contextualizar o conteúdo e de despertar o interesse dos aprendizes. As expectativas das participantes são convergentes com o que defendem vários autores sobre formação inicial de professores de matemática. Por exemplo, Moreira e Ferreira (2013) destacam que, para ensinar matemática na escola básica, o importante não é apenas saber o conteúdo por si só, e criticam as visões de que "uma formação *sólida* em matemática para o futuro professor sem que, na maioria das vezes, se explicite o que efetivamente constituiria essa tal solidez e, menos ainda, se elabore sobre o impacto efetivo de tal formação sólida na prática profissional do professor" (p. 984, grifo dos autores).

Também nessa direção, Fiorentini e Oliveira (2013) afirmam que o futuro professor "precisa conhecer, com profundidade e diversidade, a matemática enquanto prática social e que diz respeito não apenas ao campo científico, mas, sobretudo, à matemática escolar e às múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas" (p. 924). Articulações entre teoria e prática também são defendidas por diversos autores. Por exemplo, Cochran-Smith e Lytle (1999) propõem a concepção de conhecimento da prática, em que teoria e prática são consideradas como aspectos indissociáveis e a prática docente é entendida como produtora de teoria. Entretanto, procuraremos entender melhor as percepções das participantes sobre os saberes necessários para o ensino, sobre o lugar desses saberes na formação inicial, sobre os sentidos de "teoria" e "prática" e como essas constituem os saberes e se situam na formação docente.

A participante P_1 relata em seu portfólio que esperava que a componente curricular CDI2 seguisse a abordagem comum do curso de Licenciatura em Matemática, baseada em exposições e memorização de fórmulas:

> *Acostumados a aprender os conteúdos matemáticos pelo método tradicional; apenas explicações, atividades e avaliações e muitas vezes o ensino de integrais limita-se à memorização de técnicas de integração. Devido a isso, pensava que o docente trabalharia a disciplina Cálculo II desta forma* (P_1, portfólio).

Outros trechos dos portfólios das participantes apresentam comparações explícitas entre a abordagem da componente curricular CDI2 e aquela vista como mais comum no curso de Licenciatura em Matemática. Por exemplo:

> *É importante destacar que, durante o curso de licenciatura, nos componentes curriculares de Cálculo, muitas vezes vimos os conteúdos, mas não exploramos a forma que iremos abordá-los em sala de aula, o trabalho ressignificando o cálculo de áreas, criou essa possibilidade, assim aprendemos o conteúdo e refletimos como ensinar* (P_1, portfólio).
>
> *O curso de licenciatura em matemática nos apresentou uma matemática com foco apenas na resolução de exercícios e assuntos no quadro, ou seja, não havia uma relação do assunto tratado com o cotidiano, nem mesmo a criação de novos métodos de ensino. Nas aulas*

> *de Cálculo II, com o professor Daniel, com o uso de novas metodologias, aprendi que a matemática acadêmica, especificamente o cálculo, está intrinsecamente ligada ao nosso cotidiano e com conteúdos da educação básica. [...] Em todas as atividades ... romper com a linearidade da ementa a fim de desenvolver o pensar através de hipóteses. [...] a abordagem histórica feita pelo professor é imperativa para a compreensão* (P_3, portfólio).

Esses depoimentos das participantes indicam que, em suas percepções, as abordagens no curso de Licenciatura em Matemática se caracterizam pela exposição de conteúdos prontos e pela resolução de exercícios. Giraldo (2018) observa que "exposições naturalizadas verificam-se ainda quando a abordagem de disciplinas de matemática mais avançadas se reduz à apresentação de sequências de teoremas, sem que seus contextos matemáticos sejam discutidos, ou suas hipóteses sejam problematizadas" (p. 41-42). O autor ainda destaca que tais práticas acabam repercutindo nas escolas, que acabam privilegiando a repetição de procedimentos, em detrimento de habilidades como curiosidade e investigação, orientada apenas para a aquisição de informações prontas.

Por outro lado, esses depoimentos indicam que as participantes reconheceram um contraponto para essas abordagens usuais da Licenciatura em Matemática na componente curricular CDI2 que, em sua percepção, possibilitou o estabelecimento de relações do conteúdo com o "*cotidiano*" e de reflexões sobre "*como ensiná-lo*". Nas palavras da participante P_3, essas possibilidades estiveram relacionadas com um rompimento "*com a linearidade da ementa a fim de desenvolver o pensar através de hipóteses".* Interpretamos o "*rompimento da linearidade*" a que P_3 se refere como uma apresentação da matemática a partir de seus contextos de produção, como defende Saito (2013, 2016), ou das ordens da invenção, como advogam Giraldo e Roque (2021) em uma perspectiva de matemática não problematizada. Nessa direção, Fiorentini (2005) recomenda "promover atividades exploratórias e problematizadoras das dimensões conceituais, procedimentais, epistemológicas e históricas dos saberes matemáticos de disciplinas como Álgebra, Geometria, Cálculo, Análise, etc." (p.111-112).

Isto é, os relatos das participantes sugerem que elas atribuem as relações estabelecidas entre o conteúdo, o "cotidiano" e o ensino na educação básica à abordagem da componente curricular, baseada na discussão de contextos históricos e no uso de tecnologias. Outros relatos das participantes nos portfólios convergem com essa interpretação. Note-se que esses relatos não se referem apenas às etapas III e IV do percurso de atividades *RCA*, que pediam diretamente o desenvolvimento e aplicação de propostas para a escola básica, mas sim à abordagem da componente curricular de forma geral. Por exemplo:

De forma dinamizada, investigativa e com utilização de recursos tecnológicos o docente trouxe um método diferenciado e inovador desenvolvendo conosco de forma lúdica trabalhos diferenciados com áreas [...], neste pude compreender o processo de integração e suas aplicações o qual considerava algo distante da minha realidade.
Esse trabalho, que contou com atividades lúdicas, oficinas e no qual explorou história da matemática deu significado ao Cálculo, despertando em mim a curiosidade, e com certeza tornou a aprendizagem muito mais significativa e prazerosa, principalmente ao envolver situações que lidamos diariamente, sem memorização e sim compreensão e reflexão de todo conteúdo (P_1, portfólio).

A atividade foi boa para exercitar o nosso entendimento acerca do assunto e, a refletir sobre a prática docente é feita e como nós, futuros professores, podemos mudar a forma de ensinar a disciplina. Será que a matemática é só ensino de fórmulas? Cadê a raciocínio da disciplina? Cadê a contextualização do conteúdo? Essas perguntas nos levam a buscar respostas que podemos utilizar em sala de aula, ou fora, e assim, melhorar o ensino da disciplina (P_4, portfólio).

Esse novo método de ensino do professor Daniel me trouxe muitas aprendizagens tanto acerca dos conteúdos trabalhados em sala de aula como também a ensinar os nossos futuros alunos da maneira mais criativa, tornando o ensino aprendizagem mais significativo (P_5, portfólio).

As repostas das participantes ao questionário evidenciam suas reflexões sobre os papéis das componentes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática em sua formação docente:

Preparar o aluno [licenciando] para ter um bom domínio dos cálculos e poder analisar e refletir os desafios que serão impostos quando assumir a docência, principalmente frente às dúvidas dos alunos. É importante ter didática, mas também é necessário saber matemática, pois os alunos adquirirão conhecimento transmitido por nós, por isso deve-se conhecer o que está sendo ensinado (Diva Marília, questionário, resposta 3).

No curso de licenciatura, os conteúdos matemáticos específicos a depender do docente (pois muitos adotam o método tradicional de ensino) é trabalhado de forma contextualizada e reflexiva, assim aprendemos o conteúdo e também estabelecemos relações com o ensino básico no qual atuaremos. Neste caso, o papel das disciplinas é de propiciar uma boa formação profissional de modo que nos licenciando passamos analisar, refletir e estar apto a lidar com inúmeras situações vivenciadas no cotidiano escolar (Irena, questionário, resposta 3).

> *[...] O saber conteúdo não necessariamente o prepara para ensinar, apensar de ter as disciplinas pedagógicas, é importante que tenha interação entre as disciplinas pedagógicas e as de exatas para que nós possamos aprender a ensinar cada conteúdo* (Maria Laura, questionário, resposta 3).

> *Existem as disciplinas de Estágio I, II, III e IV, em que os discentes observam, analisam, refletem e exercem a docência como uma preparação para a formação como professor, Seminários I, II, III e IV, nos quais os discentes criam e executam projetos em sala de aula como aplicação de oficinas, Laboratório de Ensino de Matemática I e II, em que são ensinadas metodologias de ensino contextualizadas com o assunto a ser aplicado, Didática da Matemática, na qual refletimos sobre a prática de ser professor, História da Matemática, na qual é apresentado um panorama cultural e histórico dos acontecimentos e matemáticos que contribuíam para a matemática, Libras, que trabalha a inclusão em sala de aula, TCC I, II e III, que é a intervenção e reflexão em monografia* (Diva Marília, questionário, resposta 4).

Essas respostas destacam que as componentes curriculares devem promover não apenas o conhecimento sobre o conteúdo, como também estabelecer relações com o ensino, de forma a preparar o futuro professor para lidar com diversas situações na educação básica. Em particular, Nilza discorre sobre relações entre "*teoria*" e "*prática*", qualificando como "*teóricas*" as componentes curriculares que discutem tanto aspectos específicos do ensino de matemática como questões pedagógicas mais gerais, e sugerindo que seria necessário situar essas discussões na "*prática*":

> *Sim, entre eles temos didática da matemática, estágio, TCC, história da matemática, políticas educacionais, laboratório. Esses componentes têm como objetivo fornecer a formação para lidar com as questões pedagógicas em todo âmbito educacional**, mas o que se percebe é que as matérias específicas são trabalhadas de forma dissociada da prática, vemos apenas a teoria**. Podemos observar o mesmo nas matérias pedagógicas onde **os conteúdos pedagógicos são trabalhados sem manter uma relação com as matérias específicas*** (Nilza, questionário, resposta 3, grifo nosso).

As falas das participantes na roda de conversa reafirmam essa necessidade de articulação entre conteúdo e ensino. Quando foi discutido se as componentes curriculares específicas de conteúdo matemático têm abordagens apropriadas para a formação de professores, foi unânime a percepção negativa. As participantes P_2, P_3 e P_4 responderam simultaneamente: "*não*". Na sequência, P_2 comentou:

> *As de matemática, não. Só cálculo, cálculo, cálculo* [risos] (P_2, roda de conversa).

A participante P_2 confirma que as componentes curriculares de conteúdo matemático não têm uma abordagem apropriada, pois consistem apenas na realizam cálculos operacionais. Em seguida, P_3e a própria P_2 corroboram dizendo:

> *Exercícios, exercícios, exercícios* [risos] (P_3, roda de conversa).
>
> *E prova* (P_2, roda de conversa).

Na roda de conversa, as participantes alegaram que as componentes curriculares são normalmente trabalhadas de forma estanque. Por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral é ministrada sem articulações com Tendências em Educação Matemática. Porém, essas articulações favoreceriam a compreensão dos conteúdos em si, bem como sua aplicação ao ensino, como aconteceu em CDI2. Para finalizar essa pauta na roda de conversa, a participante P_2 declarou que CDI2 foi a única componente curricular que não seguiu essa regra:

> *Isso. A única, a única, a única* [todas as demais concordaram, balançando as cabeças positivamente] (P_2, roda de conversa).

Houve um consenso entre as participantes de que todas as componentes curriculares deveriam ser nessa mesma perspectiva. Diante dessa discussão, sobre as formas de exposição de matemática, as componentes curriculares específicas de matemática não têm, nas percepções das participantes, um papel formativo.

Em outro momento da roda de conversa, foi perguntado para as participantes o que mais contribuiu para sua formação docente: a metodologia (como saberes pedagógicos) ou o próprio conteúdo (saber de conteúdo). Todas disseram simultaneamente: "*os dois*". As participantes P_1 e P_2 ainda complementaram:

> *Interligou* [entrecruzando os dedos nas mãos]. (P_2, roda de conversa)
>
> *A metodologia ajudou compreender melhor. A metodologia ajudou com que a gente pudesse compreender melhor o conteúdo. Uma junção* (P_1, roda de conversa).
>
> *É um Cálculo de licenciatura* (P_2, roda de conversa).

Especificamente sobre a abordagem da componente curricular CDI2, caracterizada pelas participantes como explicitamente voltada para a formação do professor, P_1 complementou:

> *A forma, né, a forma foi muito interessante, foi diferenciado, tanto a gente pode entender o conteúdo, também pode associar com os conteúdos da educação básica né, a gente como licenciandos em matemática, pode levar tudo que a gente aprendeu pra sala de aula, a gente pode estabelecer essas relações, entre aqui, o conteúdo daqui e o conteúdo da educação básica, então foi muito interessante mesmo* (P_1, roda de conversa).
>
> *Nesse trabalho também a gente são só trabalhou com, assim, uma forma diferenciada, mas também resolveu cálculos, estávamos convictos de que tinha resolver questões, então utilizou os dois métodos. O aluno que não conseguisse entender de um, poderia entender de outro, então as duas formas trabalhadas, além de a gente escrever, fazer uma reflexão da aula, tinha que está escrevendo, tinha que estar analisando, isso vai formando o conhecimento da gente, vai construindo esse conhecimento, vai exercitado* (P_1, roda de conversa).

As impressões dessas participantes sobre as componentes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática, expressas nas respostas do questionário e da roda de conversa, convergem com as posições de diversos autores sobre articulações entre saberes de conteúdo e ensino. Por exemplo, Fiorentini e Oliveira (2013) afirmam que "não se trata de desvalorizar o conhecimento acadêmico nem de reduzi-lo, mas, sim, de reconhecer a necessidade de o professor desenvolver um repertório de estratégias e recursos vinculados ao processo de construção escolar do saber matemático" (p. 931). De forma semelhante, Nóvoa (2017) considera que "não é um conhecimento menor ou simples. É um conhecimento diferente, ancorado na compreensão da disciplina, da sua história, dos seus dilemas e, acima de tudo, das suas potencialidades para a formação de um ser humano" (p. 1116). Em particular, se por um lado o aprofundamento de discussões sobre o ensino não implica na superficialização do conteúdo, como defende Giraldo (2018); por outro, "o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma versão diluída da matemática formal[20]", como destacam Davis e Simmt (2006, p. 295).

[20] Do original: "the subject matter knowledge needed for teaching is not a watered-down version of formal mathematics."

4.4 REFLEXÕES SOBRE A MATEMÁTICA E SUA PRODUÇÃO

Nesta dimensão de análise, apresentamos evidências de ressignificações dos entendimentos das participantes sobre a matemática como campo de conhecimentos e sobre seus processos de produção, a partir de relatos expressos em seus portfólios. Apresentamos, ainda, evidências de que essas ressignificações atingem reflexões sobre a forma como a matemática é ensinada na escola básica, que se contrapõem às experiências das participantes como estudantes, discutidas na primeira categoria de análise desta investigação. Isto é, em nossa interpretação, os dados empíricos da pesquisa fornecem indícios de que as experiências das participantes com o percurso de atividades na componente curricular CDI2 contribuíram com a construção de outros sentidos sobre a matemática escolar, em direção a uma perspectiva de matemática problematizada. Começamos destacando percepções das participantes sobre o uso da história da matemática no percurso de atividades *RCA*:

> *Diante das avaliações feitas pelos alunos, constatamos que nossos objetivos foram alcançados, a matemática muitas vezes vista como uma disciplina pronta e acabada, sem espaço para a criatividade distante da realidade, tornou-se na visão dos alunos produtiva, interessante, benéfica, dinâmica, divertida.*
> *A oficina trouxe muitas contribuições, a inserção de atividades lúdicas e metodologias diferenciadas aproximou o aluno da matemática favorecendo a construção do conhecimento, o aluno tornou-se ativo neste processo e os resultados alcançados foram muito positivos* (P_1, portfólio).

> *Atividade bastante útil pelo fato de experienciar como os povos antigos utilizaram estratégias para o cálculo de áreas de terrenos, ficamos bem próximos da linha temporal deles, assim utilizamos em aula as tecnologias disponíveis usadas por estes povos para solucionar seus problemas a respeito de cálculo de áreas.*
> *Foi uma contextualização interessante devido ao fato que o conteúdo estava sendo trabalhado a todo o momento da atividade, sem que ele fosse mencionado, conseguimos ter uma excelente compreensão, pelos menos a respeito da definição de integral e um pouco da sua aplicação antes de entrar nos conceitos mais formais e abstratos: tivemos contato, manipulamos o conteúdo sem conhecer alguma propriedade de integração graças à própria contextualização da matemática* (P_3, portfólio).

> *Uma aula muito interessante, pois nos fez refletir que estávamos não só trabalhando com a integral definida, mas revivendo o contexto histórico em que ela surgiu, através da reprodução de método da*

> *exaustão e da soma de Riemann, de forma didática e prática* (P_2, portfólio).
>
> *A aula proporcionou uma visão ampla em relação aos métodos utilizados para calcular a área, deixando claro que na matemática não existe apenas um caminho, pelo ao contrário, cada resultado deve ser considerado, como por exemplo, o modo que cada equipe utilizou no início para encontrar o valor da área. Os resultados não foram os mesmos, mas a diferença entre ambos foi pequena e os métodos estavam corretos* (P_2, portfólio).
>
> *[...] podemos concluir que muitas vezes empregamos métodos implicitamente sem saber necessariamente que este é um método matemático empregado na resolução de alguns cálculos, como foi o caso da inscrição de polígonos na primeira etapa, que na verdade se trata do Método da Exaustão e agora novamente com a soma das áreas dos retângulos levando em consideração o ponto médio do retângulo quando tocasse na curva, que compreende a Soma de Riemann* (P_4, portfólio).
>
> *Esse método se baseia em encontrar a área de uma região primeiro, depois compará-la à área de uma segunda região, conforme essa diferença se torne pequena, os valores possíveis para a área da figura são "exauridos" de forma que aproximasse da verdadeira área. Uma constatação extremamente importante é que este método é considerado como precursor dos métodos de cálculo. Diante disso,* ***é possível perceber que, para chegarmos aos métodos conhecidos atualmente, os conhecimentos matemáticos passaram por diversas mudanças até que se chegou aos dias de hoje da maneira que conhecemos*** (P_4, portfólio, grifo nosso).

Esses depoimentos das participantes evidenciam a construção de percepções sobre a produção de conhecimento matemático com uma rede diversificada de percursos históricos, em que se situam os conceitos da matemática contemporânea (no caso, a Integral de Riemann). Essas percepções se opõem a uma visão da história da matemática como um processo linear e universal, que Giraldo e Roque (2021) associam a uma perspectiva de matemática não problematizada. Roque (2012) destaca ainda que, convencionalmente, o ensino de matemática, na educação básica e na educação superior, é organizado com referência em textos matemáticos que são escritos de trás para frente, isto é, que apresentam os conceitos prontos, como se esses antecedessem os problemas que os engendram. De acordo a autora, "as definições que precedem as conclusões sobre os objetos de que se está tratando explicitam, na verdade, requisitos que foram descobertos por último, em geral, no trabalho efetivo do matemático" (Roque, 2012, p.30). De forma semelhante, Saito e Dias (2013) considera que, em muitos casos, o ensino de matemática contribui para a criação de falsas ideias sobre o desenvolvimento da matemática, como um caminho único, "dando ênfase ao caráter heurístico dos objetos da matemática, o que acaba por transmitir a ideia de conhecimento acabado e verdadeiro" (p.91).

Os relatos das participantes sugerem, ainda, uma associação entre essa percepção sobre os processos históricos de produção de conhecimento matemático e o reconhecimento da legitimidade de diferentes formas de resolver uma questão em contextos educacionais em matemática, como também ilustra o depoimento de P_1:

> *O que fez esta atividade ficar interessante foram as diferentes formas que cada grupo utilizou para calcular o valor da área de uma mesma região, chegando em valores bem aproximados* (P_1, portfólio).

Os relatos das participantes também apontam o papel das tecnologias utilizado no ensino, juntamente com a diversidade de caminhos de solução, para a produção de conhecimento matemático:

> *É importante ressaltar também os recursos que o professor passou para que calculássemos a área. Nenhum era de meu conhecimento até o momento, e o que achei mais interessante foi utilizar o plano cartesiano e as equações de 2º grau para encontrar a área solicitada, além de todo o aparato histórico que houve até chegar a formas mais consistentes de encontrar um método que proporcionasse um valor mais preciso* (P_2, portfólio).
>
> *Ao usar o polinômio de Lagrange para dar uma outra interpretação na resolução da questão, perpassamos por uma dificuldade referente a matemática básica. Usando o polinômio de Lagrange, encontramos a área do canteiro bastante divergente da encontrada; usamos a integração no polinômio encontrado e fizemos o mesmo cálculo em um aplicativo no computador e a área encontrada era a mesma. Isso reforçou que os erros proviam não da resolução da integral, e sim do processo da integral (verificamos com mais detalhes os erros eram em frações, MMC e algumas simplificações, conversões de medida). Outro erro foi em determinar o intervalo da integral; usando o intervalo de zero a quatro e calculando a integral foi percebido que o resultado foi muito discrepante do resultado real da integral, depois este erro foi corrigido, porém alguns permaneceram.*
> *Fazendo a comparação com o software, veremos a área real que deveria ser encontrada ou a mais próxima possível.*
> *Durante algum tempo este problema gerou uma dificuldade para o desenvolvimento do trabalho. A diferença entre as áreas trouxe uma reflexão para achar o cerne de quais seriam os erros pertinentes. Com os erros corrigidos, a diferença entre o software e o cálculo da integral do polinômio interpolador no intervalo correto (de zero a seis) foi de 1,41 m^2. Fator relevante a ser observado é que o desenvolvimento da atividade perpassou por algumas dificuldades no que concernem as*

> *adversidades algébricas e alguns desatentamentos. O mais interessante veio a apresentar-se que as soluções destas dificuldades quase não tiveram a intermediação do professor. O que nos leva a pensar que a atitude do pesquisador matemático é insistentemente desafiadora* (P_3, portfólio).

Nesse último relato, a participante P_3 destaca o papel dos debates em torno de diferentes caminhos para abordar um problema – suas convergências e, em especial, *divergências* – para a construção de reflexões sobre os conceitos matemáticos em contextos educacionais. Essa participante também se refere, em seu portfólio, a um episódio no segundo encontro, em que essa questão também foi determinante:

> *Um momento da aula a ser destacado foi quando dois alunos entraram em discordância a respeito de um problema proposto pelo professor, se seria possível dividir um quadrado desenhado na lousa em várias partes para que a medida dos segmentos fosse igual em todo o comprimento do quadrado, isso com o objetivo de medir com precisão o tamanho do quadrado utilizando a técnica dos nós de cordas (uma analogia feita em comparação à medida dos povos antigos). Um dos alunos disse que era possível (ele utilizou a raciocínio do número π) para compor seu argumento, já o outro disse que não era possível, pois não existe instrumentação de medida com uma precisão tão exata para tal feito, alegando que era possível dividir matematicamente, mas não, na prática* (P_3, portfólio).

Esses relatos evidenciam o papel de divergências e "erros" na produção de conhecimento matemático. Giraldo (2019) observa que "os desenvolvimentos históricos da matemática como ciência são, em geral, permeados de incerteza e de erro" (p.9). Como exemplo bem evidente, o autor aponta as "geometrias não Euclidianas, cujo desenvolvimento histórico e a consolidação como área de pesquisa foram impulsionados pelos erros nas tentativas de demonstração do Postulado das Paralelas como teorema" (GIRALDO, 2019, p.9). Giraldo e Roque (2021) consideram o deslocamento do lugar do "erro" no ensino de matemática como um aspecto crucial da perspectiva problematizada na dimensão da epistemologia do ensino de matemática. Segundo os autores, em uma perspectiva de matemática problematizada, o "erro" deixa de ser visto uma marca de deficiências cognitivas ou sociais de sujeito, em oposição a um conhecimento previamente fixado, para passar a ocupar um lugar de abertura de possibilidades para a produção de outros conhecimentos.

As participantes apontam ainda possibilidades de abordagem de conceitos matemáticos na educação básica, ensejadas pela experiência com a componente curricular CDI2. Em nossa interpretação, esses relatos podem indicar desdobramentos para reflexões sobre as futuras práticas docentes, como discutiremos na próxima dimensão de análise. São exemplos desses relatos:

> *Um ponto a ser destacado nesta atividade é o fato do aluno em obter um modelo matemático que descreva o comportamento da curva que representa a margem do rio Nilo, um exercício que poderia ser aplicado nas escolas devido ao fato dos alunos estarem acostumados com leis de formação e funções prontas, dessa forma ele seria instigado a elaborar tal atividade fortalecendo seu raciocínio, dessa forma o aluno da educação básica teria uma melhor concepção do estudo de funções, por exemplo, com esta atividade* (P_3, portfólio).

> *O conteúdo áreas muitas vezes é ensinado de forma superficial, principalmente quando se fala no círculo, a oficina deu oportunidade para se explorar mais o conteúdo através do contexto histórico, atividades lúdicas e demonstrações, assim os alunos puderam construir o conhecimento e verificar o porquê da fórmula ser dada por* πr^2 (P_1, portfólio).

Especificamente sobre esse tópico curricular, Nunes, AgAlmouloud e Guerra (2010) argumentam que "quando apresentamos aos discentes a fórmula da área do círculo $A_c = \pi r^2$ sem fornecer uma justificativa conceitual e contextual, como, por exemplo, a perspectiva histórica, para tal relação, esta pode ser utilizada de forma mecânica" (p.540). Os autores complementam que "por outro lado, a contextualização histórica que originou a fórmula em questão poderá culminar na compreensão e consequente aprendizagem significativa da área do círculo" (p. 540).

Encerramos esta seção com dois depoimentos de participantes que destacam o caráter social da produção de conhecimento e da educação de matemática:

> *Essas experiências são muitas vezes consideradas como um momento de aprendizado, porém, muitas vezes de diversão e interação, a interação dos alunos com os colegas, desenvolve o lado social [...], pois o diálogo, as perguntas feitas, e demais ações que acontecem durante esses processos, são os responsáveis por uma formação além da acadêmica, mas também de forma pessoal* (P_5, portfólio).

> *O conjunto de pensamento que deve ser prevalecido é sempre o questionamento, buscar a reflexividade durante o estudo de matemática, não se contrapondo ao pensamento filosófico. O cerne do desenvolvimento matemático é social* (P_3, portfólio).

Como defendem Fiorentini e Oliveira (2013), não basta um conhecimento formal da matemática, o futuro professor "precisa conhecer, com profundidade e diversidade, a matemática enquanto prática social e que diz respeito não apenas ao campo científico, mas, sobretudo, à matemática escolar e às múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas" (p. 924).

4.5 REFLEXÕES SOBRE FUTURAS PRÁTICAS DOCENTES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nesta última categoria de análise, procuramos identificar reflexões sobre a futura prática dos participantes como professores da educação básica, que possam estar relacionadas com a abordagem de uma perspectiva de matemática problematizada na componente curricular CDI2. Analisamos dados dos portfólios, produzidos pelas participantes ao longo do estudo empírico, e incorporamos na análise dados da roda de conversa, realizada depois do encerramento da componente curricular CDI2. Reflexões sobre a futura prática docente começaram a emergir logo nos primeiros encontros da componente curricular, provocadas pelas perguntas disparadoras. Com referência aos debates ocorridos nesse momento, as participantes destacam em seus portfólios a importância de revisitar suas experiências como estudantes. Por exemplo:

> *As reflexões feitas a partir da recapitulação de nossas memórias, memórias estas vivenciadas enquanto estudantes na Educação Básica sem dúvida são de suma importância no processo de formação de professores, pois estas memórias nos proporcionam uma análise mais detalhada sobre o processo de ensino/aprendizagem, além de possibilitar a discussão acerca de metodologias de ensino que ainda devam ser empregues, aprimorando-as de acordo com a necessidade de cada turma e o mais importante analisar alguns métodos pouco eficientes que ainda são empregados no processo de ensino, para que devamos nos distanciar quando estivermos no pleno exercício à docência* (P_4, portfólio).

> *Considero um momento de suma importância para reflexão de como podemos estar mudando algumas defasagens no campo da matemática, como por exemplo: se eu tive um professor que apresentou alguma falha, que como foi dito por alguns licenciando "só jogou a fórmula na lousa e pronto" ou "falta de demonstrações para as fórmulas", passo a ver isso como um ponto negativo naquele ensino aplicado pelo professor, começo a perceber a necessidade de adotar práticas de ensino que atendam essa defasagem e que facilite uma melhor compreensão do aluno* (P_5, portfólio).

> *O que mais admirei e gostei da aula foi o momento das discussões sobre a questão colocada pelo professor, na qual nos faz parar e pensar que, como futuros professores de matemática, é necessário ter cuidado de não transmitir aos alunos conceitos equivocados como este, que aprendemos na educação básica e acreditamos ter sido verdade por todos esses anos. É importante ressaltar também que a culpa não é dos nossos professores da educação básica, mas talvez a eles tenha ensinado assim e consequentemente os mesmos reproduziram. A nós, professores futuramente, nos cabe ensinar diferente, mostrando aos alunos o porquê e os fazendo raciocinar de como chegar a algo e provar que é verídico* (P_2, portfólio).

Vários autores têm destacado como a formação de professores começa mesmo antes dos cursos formais na universidade, ao longo de suas experiências como estudantes na escola básica, no contato com o ambiente escolar e com seus professores. Por exemplo, Romanowski (2007) aponta que os saberes docentes "constituem-se ao longo do processo de escolarização, dos cursos de formação e na prática profissional" (p.56). Tardif (2002) pondera que o professor em formação inicial, antes mesmo de ensinar, vivencia nas salas de aulas e nas escolas (o seu futuro local de trabalho), o processo de ensinar e aprender. Essa imersão prática é necessariamente formadora, pois leva os futuros professores a adquirirem crenças, valores, representações e certezas sobre a prática do ofício de professor, bem como sobre como ser aluno (TARDIF, 2002).

Nesse caminho, diversos autores (e.g. BALL, 1988; FIORENTINI, 2005; OLIVEIRA, FIORENTINI, 2018) apontam que os exemplos dos próprios professores constituem, com frequência, referências dominantes para as práticas docentes de professores da educação básica. Fiorentini (2005) observa que práticas docentes experimentadas por estudantes na educação básica são inconscientemente internalizadas e parcialmente reproduzidas (mesmo quando criticadas), constituindo-se em uma tradição escolar. Para o autor, "esse saber da tradição escolar, herdado da experiência escolar anterior, é muito forte e persiste através do tempo e a formação universitária não tem conseguido transformá-lo e nem abalá-lo" (FIORENTINI, 2005, p.111). Nesse sentido, Roque e Giraldo (2014) destaca a importância de revisitar criticamente as experiências anteriores com estudantes nos cursos de formação inicial.

As participantes também apontam as reflexões provocadas por discussões realizadas durante os encontros que abordavam especificamente questões sobre ensino na educação básica:

> *A atividade foi boa para exercitar o nosso entendimento acerca do assunto e, a refletir sobre [como] a prática docente é feita e como nós, futuros professores, podemos mudar a forma de ensinar a disciplina.*

> *Será que a matemática é só ensino de fórmulas? Cadê o raciocínio da disciplina? Cadê a contextualização do conteúdo? Essas perguntas nos levam a buscar respostas que podemos utilizar em sala de aula, ou fora, e assim, melhorar o ensino da disciplina* (P_4, portfólio).

> *Durante a aula, alguns questionamentos foram levantados:será que esta atividade realizada na sala poderia ser aplicada na educação básica? É a resposta é sim, com certeza essa atividade desperta muita curiosidade, envolve os alunos e contribui na construção do conhecimento, sendo possível explorar em sob vários contextos relacionando-o com a vida cotidiana* (P_1, portfólio).

> *A forma, né, a forma foi muito interessante, foi diferenciado, tanto a gente pode entender o conteúdo, também pode associar com os conteúdos da educação básica né, a gente como licenciandos em matemática, pode levar tudo que a gente apendeu pra sala de aula, a gente pode estabelecer essas relações, entre aqui, o conteúdo daqui e o conteúdo da educação básica, então foi muito interessante mesmo* (P_1, roda de conversa).

Com respeito às discussões como foco específico sobre o ensino na educação básica, uma atividade que chamou particular atenção das participantes foi inclusão nas avaliações de questões que solicitavam a análise de respostas de alunos. Diversos relatos a esse respeito aparecem nos portfólios, como por exemplo:

> *A avaliação, acho interessante porque foi voltada pra gente, como se a gente fosse professores. Assim, ele coloca a gente com o papel de professor na hora de resolver a avaliação. Dava situações, por exemplo, colocou o cálculo de alunos que resolveram uma questão de modos diferentes, mas que encontram o mesmo resultado. Pergunta: tá errado? Quais dos dois alunos está errado? Entendeu? Ou os dois estão corretos? Como que você faria pra avaliar esses dois alunos? Qual retorno que você daria? E aí, a gente nunca viu isso em prova nenhuma, de Cálculo, colocar a gente como professores, na situação de professor, entendeu?* (P_2, portfólio).

> *Então, vejo numa avaliação como das disciplinas especificadas, levando em consideração a formação de professores, não apenas uma simples avaliação de licenciando, mas uma prática de ensino que fortalece a compreensão de como exercer nosso futuro papel como docente, na prática de analisar a resposta do aluno e identificar o erro, pois há caminhos diferentes para se resolver uma determinada questão e há possibilidade de haver repostas diferentes do gabarito e, mesmo assim, estarem corretas* (P_5, portfólio).

> *Cabe ressaltar a abordagem na avaliação de dois pontos extremamente importantes que implicam na minha formação enquanto futuro docente: primeiro, devido a possibilidade de caminhos diferentes em*

que o aluno possa chegar à resposta correta, e depois a possibilidade da resposta encontrada pelo educando não coincidir com a do gabarito, mas mesmo assim se equivalerem e, assim, a resposta do aluno estar correta (P_5, portfólio).

Em nossa interpretação, essa atenção especial pode ser devida (pelo menos parcialmente) ao fato de ser muito divergente das experiências anteriores das participantes com avaliações em disciplinas de conteúdo matemático no curso de Licenciatura em Matemática. Um aspecto que determina essa divergência entre formas de avaliação parece ser o lugar do "erro". Os relatos das participantes sugerem que, em suas percepções, a formas usuais de avaliação no curso estão associadas a um sentido de "erro" como "punição". O relato de P_5 a seguir explicita essa percepção:

Foi pautada nos pontos principais dessa discussão, de tentar desconstruir a imagem tenebrosa que os alunos têm da disciplina, baseando em uma análise mais contundente acerca dos erros como ponto de partida para uma aprendizagem significativa de Cálculo Diferencial e Integral. Não obstante a isso, ainda podemos citar as correções nas avaliações, que foram voltadas para identificação dos erros e possíveis fatores que ocasionaram estas dificuldades, o que é extremamente importante no ensino de matemática, pois muitos utilizam os erros cometidos pelos alunos, como método de punição, o que nada contribui para o processo de ensino/aprendizagem (P_5, portfólio).

De forma mais geral, aparecem nos relatos das participantes outras reflexões sobre os papéis do "erro" no ensino de matemática. Como já discutimos nas categorias anteriores, essas percepções são convergentes à posição de Giraldo e Roque (2021) de que o deslocamento do lugar do "erro" é um aspecto crucial de uma perspectiva problematizada na dimensão epistemológica do ensino de matemática. Os relatos a seguir ilustram essas reflexões sobre "erro" – tanto por parte de estudantes como de professores:

Desse modo, é preciso nos atentarmos cada vez mais às dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos e procurar entender e analisar seus erros, para que, através do uso destes, possamos fazer com que os alunos sejam capazes de construírem o seu próprio conhecimento (P_4, portfólio).

O docente aproveitou o ocorrido para nos fazer refletir que às vezes temos os professores como detentores do saber e que não podem cometer erros. Mas, estes também são alunos, pois estão em constante *processo de aprendizagem e por esse motivo estão suscetíveis a errar* (P_2, portfólio).

Para além das discussões que tinham foco específico no ensino na educação básica, os relatos destacam como a própria abordagem do professor na componente curricular CDI2 serviu de referência para que as participantes refletissem sobre suas futuras práticas docentes – em uma dimensão formativa que podemos chamar de *meta-formação*. Esses relatos expressam intencionalidades das participantes em tomar abordagens usadas para ensinar conceitos do Cálculo como inspiração para suas práticas docentes, mesmo para ensinar outros conceitos matemáticos. Por exemplo:

> *Avalio como positiva toda a disciplina, a aprendizagem do conteúdo e, principalmente como ser um professor. Também avaliei os métodos utilizados pelo docente, e quais que eu posso utilizar em minhas práticas cotidianas* (P_4, portfólio).
>
> *Uma prova interessante, pois até então não tinha me deparado com uma avaliação de matemática interpretativa e voltada para minha formação como professora. As questões requeriam meus conhecimentos de Cálculo, porém numa abordagem pedagógica, levando-me a refletir em meu futuro papel de docente em sala de aula* (P_2, portfólio).
>
> *Eu acho que a maneira como Daniel aplicou mais fácil de se compreender e também, foi um aprendizado que a gente pode levar para sala de aula, a gente como futuros professores, a gente pode tá levando essa metodologia também, para sala de aula porque, eu percebi que os alunos, eles, nós né [aponta para os demais colegas], eu por exemplo, eu tive mais entendimentos. Então, isso é muito bom* (P_5, roda de conversa).
>
> *Eu acho assim. Talvez quem gosta de um método tradicional na faculdade, são melhores para resolver mesmo [gesticula uma resolução de exercícios, apontando para a colega reforçando a fala sobre a prática demasiada de fazer exercícios]. Talvez ele gosta daquele método, porque outro método não foi mostrado a ele.*. (P_2, roda de conversa).

Ainda no âmbito dessa dimensão que chamamos de meta-formativa, as participantes apontaram especificamente como o uso de tecnologias digitais na componente curricular CDI2 pode constituir referências para sua futura prática docente. Por exemplo, P_5 comenta:

> *Essa atividade com Excel foi importante para percebermos que dá para trabalharmos determinadas funções com o auxílio do programa, nos dando uma espécie de norte, para que no futuro exercício na docência possamos associar determinados conteúdos à tecnologias, além de tornar uma aula diferenciada e prazerosa para os educandos* (P_5, portfólio).

> *Teve, em minha opinião, o ponto crucial da aula, em que discutimos perspectivas da futura prática docente na Educação Básica, como o* ***uso de recursos computacionais (Geogebra e outros)****, aula de campo, apresentação de exemplos do cotidiano para familiarizar o educando com o conteúdo,* ***uso de materiais concretos e manipuláveis****, dentre outras* (P_5, portfólio, grifo meu).

A participante P_5, porém, complementou:

> *O uso de recursos computacionais no ensino é outro ponto que na realidade apresenta interrupções para essa prática, visto que não é toda escola que contém recursos tecnológicos disponíveis* (P_5, portfólio).

Essa posição é corroborada pela participante P_3:

> *A gente foi aplicar uma oficina sobre o GeoGebra, aí a gente ia usar noção de Geometria Espacial, a gente ia construir as figuras lá no GeoGebra e tal, chegando na escola é uma dificuldade pra achar um laboratório...* (P_3, roda de conversa).

Em suma, consideramos que os dados empíricos desta pesquisa evidenciam como a experiência das participantes com a componente curricular CDI2, orientada por uma perspectiva de matemática problematizada, provocou reflexões sobre suas futuras práticas docentes. Essas reflexões são consonantes com o que defendem vários autores já citados neste texto sobre formação de professores (e.g. COCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999; DAVIS, SIMMT, 2006; FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013) – em especial, com respeito à articulação entre teoria e prática, e a uma concepção de formação orientada pelo reconhecimento da docência como uma profissão, com saberes específicos, de cuja construção os próprios futuros professores sejam autores.

Encerramos esta seção com uma declaração da participante P_3 na roda de conversa:

> *É, o contexto histórico, que é fundamental para a aula prática. [...]*
> *Eu vejo aqui na universidade. É, não tem um contexto histórico, de onde surgiu, como surgiu, fica uma coisa meio solta, né, meio mecânica, né. Como Paulo Freire fala, o ensino não deve ser bancário, não deve ser*

mecanizado, ele tem que ter um sentido, ter uma relação com o cotidiano, né. Então eu gostei bastante (P_3, roda de conversa).

E a participante P_2 arrematou:

[P_3] falou tudo (P_2, roda de conversa).

5 CONSIDERAÇÕES (IN)CONCLUSIVAS

Ao logo dessa tese, foram evidenciadas práticas pedagógicas que valorizam demasiadamente, tanto na educação básica como também na licenciatura em matemática, a memorização de conteúdos curriculares com fins a resolução de provas avaliativas no ensino de matemática, como transmissão de conhecimento do professor para o aluno, denominado pelas participantes como metodologia tradicionalista. Consideramos que uma estratégia que contribuiria para mudar esses cenários está relacionada à adoção de práticas pedagógicas que permitam ao estudante exercer seu protagonismo e autonomia, por uma abordagem de ensino numa perspectiva de matemática problematizada, estruturada pela articulação da história da matemática e tecnologias.

Dúvidas existiam, como orientar de forma pertinentes à formação inicial de professores a partir de componentes curriculares específicas de matemática. Assim, emergiu a necessidade de utilizar uma proposta de ensino de matemática, em Cálculo Diferencial e Integral, a partir de uma prática pedagógica diferenciada e articulada com a construção de saberes de matemática do ensino. Nesse sentido, a ideia era romper o paradigma da concepção naturalizada da prática de um professor de Cálculo Diferencial e Integral apenas *para o* ensino, e repensar que, nos cursos de licenciatura, essa prática possa ser também *do* ensino, ou seja, ministrar o componente curricular não apenas por uma abordagem técnico-formal, com fins no conteúdo matemático, mas também numa perspectiva intencional de formação. Uma prática de formação da matemática do ensino inclui o conhecimento das diferentes concepções tanto da matemática científica quanto da escolar.

Desta forma, investigamos que *sentidos sobre a matemática, como campo de conhecimento e como disciplina escolar, bem como sobre a docência como profissão, podem ser produzidos ou mobilizados no contexto de uma proposta de abordagem numa perspectiva de matemática problematizada, estruturada pela articulação entre história e tecnologias, em uma disciplina de conteúdo matemático na formação inicial de professores de matemática.* Identificamos, então, diversas formas de saberes profissionais docentes. Para tal, desenhamos um percurso composto por quatro dimensões de análise, aqui representada de forma sistemática, a qual não expressa as complexidades vividas neste processo, mas expõe, de forma articulada, o caminho trilhado até aqui.

Primeiramente, analisamos como percepções de trajetórias escolares e acadêmicas podem contribuir para o desenvolvimento de uma prática profissional reflexiva, a partir o processo de formação inicial das participantes pesquisados. Essa dimensão de análise nos apontou a produção de *saberes de reflexão sobre práticas docentes*. Diante de uma perspectiva de matemática problematizada, as participantes desvelaram novas perspectivas relacionadas ao ensino de matemática na educação básica e na formação inicial do professor. Elas passam a perceber sentidos na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral como componente curricular formativa.

O segundo passo foi analisar como uma abordagem de ensino, por uma perspectiva de matemática problematizada, pode promover reflexões sobre o ensino de matemática na formação inicial dos participantes da pesquisa. Essa dimensão de análise apontou para uma ressignificação do ensino de Cálculo Diferencial e Integral na formação do professor. As participantes puderam desmistificar a ideia de tensões e temores associados a tal componente curricular, aflorando, assim, sentimento de prazer. Reconheceram a importância do saber de conteúdo, considerando importante o estudo dos conteúdos da academia para possibilitar uma visão holística sobre os saberes de conteúdos matemáticos a serem ensinados na educação básica. Também reconheceram a importância do saber didático-pedagógico, considerando que o saber de conteúdo, por si só, não habilita o professor para a docência, e mobilizam fortemente o saber pedagógico de conteúdo, como uma junção dos dois saberes reconhecidos, citados anteriormente.

Outros saberes, mais dinâmicos do ensino, emergiram: saberes inter-relacionais, que devem ser contemplados pela dimensão ética da atividade profissional de ensinar, agregando saberes de afetividade que estreitem a relação professor e aluno, com base na humildade e compreensão; saberes de criatividade, de forma a promover um ensino diferenciado e inovador; saberes matemáticos em relação às práticas sociais, de forma a principiar um ambiente problematizador, que favoreça a criação de sentido aos conteúdos matemáticos, ou seja, um saber que relaciona a matemática científica às matemáticas presentes e mobilizadas (produzidas) nas diferentes práticas cotidianas dos estudantes. Ademais, diante da estreita relação promovida entre o Cálculo Diferencial e Integral e a educação básica, as reflexões dos participantes apontaram para um processo metacognitivo, isto é, tomadas de saberes sobre o próprio processo de aprender a ensinar.

A terceira dimensão foi analisar como as interatividades articuladas pela história da matemática e tecnologias, por uma matemática problematizada, realizadas pelos participantes da pesquisa podem contribuir para o desenvolvimento de uma prática reflexiva sobre a matemática e sua produção. Essa análise revelou uma tomada de consciência sobre o ensino nas escolas, expresso por: saberes docentes relacionados à capacidade de articular elementos na construção de abordagens históricas com tecnologias variadas; ao perceberem que estes estão no centro de produção matemática; e saberes docentes relacionados à consciência da função social do ensino, apontando que seu papel – o do ensino de matemática – transcende a construção de conhecimento formal da disciplina para a formação de um sujeito cidadão polivalente.

Ademais, a articulação da história da matemática e suas tecnologias como centrais nos processos de produção de conhecimento matemático, mobilizaram saberes profissionais docentes na formação dos participantes, que privilegiem uma visão de matemática de uma perspectiva problematizada: saberes relacionados à compreensão da natureza do conhecimento matemático, rompendo mitos de que fórmulas, teorias e conteúdos são descobertos por ações isoladas de pessoas geniais. Constroem-se entendimentos de que a produção de conhecimento matemático ocorre pela colaboração entre os pares, e não se dá de forma linear e, além disso, concebem uma ciência construída por influências sociais e culturais. Por conseguinte, as reflexões apontaram para a necessidade de romper uma exposição de matemática como corpo de conhecimento pronto e rígido; também, saberes relativos à compreensão dos conteúdos matemáticos, como o estudo de um conceito matemático, a partir da sua história, favorece a compreensão do seu desenvolvimento, sua importância historicamente situada, suas aplicações contemporâneas, entre outros. Essa compreensão, que vai além daquela recebida durante a sua formação, tem o potencial de promover um entendimento mais amplo e significativo do conteúdo matemático, o que trará benefícios para suas futuras aulas.

Por fim, analisamos como uma abordagem de ensino por uma perspectiva de matemática problematizada pode contribuir para reflexões sobre a futura prática docente dos participantes na educação básica. Elas indicaram que a perspectiva de matemática problematizada impulsionou uma tomada de consciência docente sobre as práticas, promovendo um processo de ressignificação de entendimentos sobre os contextos de aprender, ensinar e inspiram os futuros professores para uma perspectiva de matemática problematizada nas escolas. Neste sentido, foram produzidos: saberes de reflexões, que exploram percepções já vivenciadas na trajetória formativa desde a educação básica, para questionar e refletir a conjuntura educacional; saberes de articulações entre conteúdos acadêmicos e escolares, de forma a estabelecer coerência entre as esferas de ensino; saberes de desmistificação do ensino de matemático, que favorece os deslocamentos de lugares convencionais sobre o entendimento único, a avaliação e o “erro” de acordo a intencionalidade do ensino.

Ademais, a articulação da história e de tecnologias como elementos estruturantes de uma perspectiva de matemática problematizada mobiliza *saberes de formação metodológica do professor*, em que o ele utiliza conhecimentos que vão além dos históricos ou dos conceituais relacionados ao conteúdo. O docente, assim, utiliza conhecimentos pedagógicos vindos de estudos teóricos, e também que emergem de sua prática, a fim de tornar factível o uso daquelas informações históricas em sala de aula. Também saberes, outrora percebidos e concebidos como naturais (naturalizados), passaram a ser o foco de questionamentos, tanto nas práticas formativas quanto nas práticas de atuação profissional, assim, a perspectiva de matemática problematizada promove um processo de *metasaber*, que inclui *metacognição* e *metarreflexão*, produzindo outros sentidos para o saber matemático do ensino, de relação consigo mesmo, com o outro – os alunos da escola ou os colegas com os quais compartilha experiências e saberes.

A articulação das quatro dimensões de análise serviu para responder que saberes de matemática do ensino podem ser produzidos ou mobilizados por uma proposta de abordagem numa perspectiva de matemática problematizada, estrutura pela articulação entre história e tecnologias na formação inicial de professores de matemática, conforme verificamos nos parágrafos anteriores.

Dessa forma, a partir da fundamentação teórica, apresentamos uma perspectiva de matemática problematizada que potencializa a criação de sentidos nas dimensões científica (pelo processo de produção do conhecimento matemático per si) e política (ao considerar a importância de formar o estudante como um sujeito questionado e reflexivo), que nos conduziu, especialmente pela empiria, ao lugar da matemática problematizada com potencialidade pedagógica (pela produção de saberes docentes) na formação inicial do professor.

Metodologicamente, a partir de um teste piloto numa turma de Cálculo de uma variável II da UFRJ, desenhamos um percurso para a produção de dados inspirados nas premissas do *concept study*, com devidas adaptações para a formação inicial de professores numa prática formativa em Cálculo Diferencial e Integral II, desenvolvido no primeiro semestre letivo de 2019, na Universidade do Estado da Bahia. Para tanto, desenvolvemos o percurso de atividades *RCA*, estruturada a partir da articulação entre história e tecnologias em uma perspectiva de matemática problematizada.

Os instrumentos metodológicos utilizados foram: narrativas escritas sobre trajetórias e perspectivas relacionadas à educação básica e acadêmicas, produzidas pelos participantes na primeira semana de encontros de aulas regulares; perguntas disparadoras para investigação de conceito de área e a produção de um portfólio, que ocorreram de forma concomitante às aulas regulares; posterior a tais aulas, foi utilizado um questionário e a realização de uma roda de conversa, com vistas a identificar percepções sobre formas de exposição de matemática convencionalmente naturalizados e reflexões sobres esses a partir de uma abordagem pela perspectiva de matemática problematizada, e seus efeitos na formação do professor.

Para preservar a identidade dos participantes, os mesmos escolheram pseudônimos, nas narrativas escritas e questionário, a saber: Diva Marília Flemming; Maria Laura M. Leite Lopes; Irena Fonseca; Patrícia e Nilza. Já nas perguntas disparadoras, portfólio e roda de conversa, diante da impossibilidade de usar pseudônimos, os participantes foram descritos pelos símbolos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5. É desconhecida a correspondência entre os pseudônimos e os símbolos.

A análise dos dados foi sistematizada em quatro dimensões, que compuseram as seções presentes no quarto capítulo, a partir dos achados nos dados produzidos desta pesquisa e cujos resultados foram descritos em parágrafos anteriores. Devo pontuar que, nas análises dos dados, as participantes empregaram, de forma acentuada, alguns termos como "prática" e "lúdico" ao descrever algumas atividades do trabalho empírico. Em nossa interpretação, a oposição entre "prática" e "teoria", no discurso das participantes, está relacionada com uma oposição entre algo que elas percebem como mais próximo ou mais distante delas próprias, isto é, uma oposição entre algo que as afeta ou não, de que elas produzem sentido ou não. Ainda, por vezes, observamos no relato das licenciandas uma estreita relação entre algo "prático" e "lúdico".

Desse modo, entendemos que tal associação está relacionada a um efeito de interesse, ou algo interessante (lúdico), considerando a produção de sentidos do que se referenciaram como "prático". Isto é, não entendemos que a problematização das nossas atividades se realizou pelo que fora nomeado pelas participantes como lúdico, mas que isso parece ter sido indicado como um efeito. Assim, o sentido de "prática" e "teoria" nos discursos das participantes não é o mesmo daquele usado no referencial teórico.

No geral, podemos concluir que uma abordagem de ensino por uma perspectiva de matemática problematizada, estruturada pela articulação entre história da matemática e tecnologias, contribuíram para a construção de várias formas de saberes da disciplina no ensino da formação inicial desse professor, em uma turma de CDI2 da Licenciatura em Matemática, com foco nas articulações entre os conceitos de Integral e de área (situado no ensino de matemática na educação básica). Também contribuiu para uma tomada de consciência sobre suas práticas profissionais, pois as mesmas, unanimemente, passaram a valorizar a perspectiva de matemática problematizada como possibilidades capazes de ressignificar o ensino de matemática, tanto na formação de professores, como nas escolas, a partir da construção de ambiente problematizador que valorizam a investigação, a experimentação e a visualização para o centro da atividade matemática e do seu ensino, decorrente do processo formativo vivenciado.

No entanto, algumas dificuldades foram vivenciadas neste processo: a) uma limitação, que pode ter relação nos resultados encontrados é não ter levado tanto em consideração o fato de o pesquisador ter uma relação prévia com os sujeitos participantes. Não que a relação professor versus estudantes seja, em si, uma limitação de pesquisa, mas alguns resultados podem ser relacionados a este fenômeno, por isso seria interessante isso ser melhor discutido; b) pela programação regular de oferta de componente curricular do colegiado de matemática onde ocorreu a pesquisa, a turma regular de Cálculo Diferencial e Integral havia ocorrido no semestre letivo anterior (2018.2), sendo ofertado para o semestre 2019.1 uma turma de alunos remanescentes. Dos seis alunos matriculados, um foi apenas no primeiro dia de aula, pois tinha dificuldades de frequentá-las pela manhã (o curso é ofertado no matutino e noturno), e das cinco participantes, apenas duas residiam na sede da cidade. Uma participante morava na zona rural e duas em outros municípios, dependendo estritamente, de meios de transportes para se locomoverem até a universidade. Eventualmente, por problemas decorrentes disso, chegavam atrasadas e sempre precisavam sair antecipadamente para cumprir horário dos veículos; c) percebemos que o trabalho poderia ter sido realizado com uma revisão bibliográfica com amplitude para analisar, de forma mais consistente, algumas dimensões que emergiram fortemente nos dados produzidos: a avaliação e o "erro"; d) no trabalho empírico, os participantes ao irem desenvolver práticas junto às escolas de educação básica, havia a carência de tecnologias computacionais.

Essas limitações nos fazem compreender que as pesquisas nos cenários educativos são processos dinâmicos e contínuos, ou seja, o produto final delas gera novos desdobramentos. Considerando a originalidade em que práticas formativas em componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral propôs atividades pedagógicas para serem desenvolvidas em escolas da educação básica, as atividades produzidas pelas participantes na etapa IV da atividade RCA poderia ser tomada como instrumento metodológico, e os dados produzidos, serem criteriosamente analisados.

Também, novas questões de pesquisa poderiam ser exploradas a partir do estudo realizado: a) desenvolver esta proposta formativa com professores de matemática em formação continuada, de forma a remeter diretamente à emergência de saberes da própria prática profissional em exercício; b) decorrente da recomendação anterior, analisar as contribuições desta proposta formativa na prática profissional dos professores participantes, buscando identificar os elementos discutidos no curso em sua prática de sala de aula, nas instituições às quais eles encontram-se vinculados; c) analisar, de maneira mais consistente, as categorias avaliação e “erro” como produção discente, numa abordagem de ensino por uma perspectiva de matemática problematizada; d) desenvolver esta proposta em outras componentes curriculares de matemática específicas.

Tais recomendações expõem explicitamente o caráter de incompletude dessa pesquisa no cenário educativo devido à complexidade que envolve a formação do professor de matemática e concepções historicamente e socialmente construídas que convencionaram certas visões sobre a matemática como ciência e seu ensino. Portanto, com este estudo, não apresento considerações finais, e sim (in)conclusivas no sentido de que outros olhares poderem direcionar a outros entendimentos. Espero que este estudo seja divulgado a outros docentes e pesquisadores, servindo de inspiração para uma dinamicidade no ensino de matemática e na formação dos professores que ensinarão ou ensinam matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, H.R.F.L. Das tecnologias às tecnologias digitais e seu uso na educação matemática. **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente - SP, v. 26, n. 2, p. 224-240, maio/ago. 2015.

ARAMAN, E. M. DE O.; BATISTA, I. DE L. Contribuições da História da Matemática para a construção dos saberes do professor de matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.27, n.45, p. 1-30, abr. 2013.

ARAMAN, E. M. DE O.; BATISTA, I. DE L. O processo de construção de abordagens históricas na formação do professor de matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.31, n.57, p. 380-407, abr. 2017.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**. Vol. 59, N. 5, pp. 389-407, 2008.

BERBEL, N.A.N. Metodologia da Problematização: uma alternativa metodológica apropriada para o Ensino Superior. **Semina**: Cio Soc./Hum., Londrina, v.16. n. 2., Ed. Especial, p.9-19, out. 1995.

BERBEL, N. N.: "Problematization" and Problem-Based Learning: diferente wordsor diferente ways? **Interface** - Comunicação, Saúde, Educação, v.2, n.2, p. 139-154, fev. 1998.

BORBA, M. C. Fases das tecnologias digitais e a reinvenção da sala de aula. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016

BORBA, M. C.; SILVA, R.S.R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BRANDEMBERG, J. C. **Uma história da Integral:** de Arquimedes a Lebesgue. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Diretoria de Formação de Professores da Educação Básica – DEB Coordenação Geral de Docentes da Educação Básica – CGDOC. **Plano nacional de formação dos professores da educação básica – parfor presencial - manual operativo.** Disponível em <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/2782014-MANUAL-OPERATIVO-PARFOR.pdf>. Acesso em 15/09/2019.

CASTRO, J. L. F.; CARVAJAL, C. R. A. El cálculo diferencial e integral en una variable em la formación inicial de docentes de matemática en Costa Rica. **Revista Educación**, vol. 42, núm. 2, pp. 289-305, 2018.

COCHRAN-SMITH, M et al. A Longitudinal Studyof Teaching Practice and Early Career Decisions: A Cautionary Tale. **American Educational Research journal**, v.49, n.5 pp.844-880, 2012.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. **Inquiry as stance**: practitioner research for the next generation. New York: Teacher College Press, 2009.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relation ship of knowledge and practice: Teacher learning in the communities. **Review of Research in Education**, V. 24, pp. 249-305, 1999.

DAVIS, B. Concept Studies: Designing settings for teachers' disciplinary knowledge. In PINTO, M. M.; KAWASAKI, T.F. (Eds). Proceedings of the 34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1, pp.63-78, Belo Horizonte, Brasil: PME.

DAVIS, B.; MOWAT, E. Interpreting Embodied Mathematics Using Network Theory: Implications for Mathematics Education.**International Journal of Complexity and Education**, Volume 7, Number 1, pp. 1-31, 2010.

DAVIS, B.; RENERT, M. Mathematisc-for-Teaching as shared dynamic participation. **For the Learning of Mathematics**, v. 29, n. 3, p. 37-43, 2009.

DAVIS, B.; RENERT, M. Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, v. 82, n. 2, p. 245-265, Feb. 2012.

DAVIS, B.; RENERT, M. **The math teachers know**: profound understanding of emergent mathematics. New York: Routledge, 2014.

DAVIS, B; SIMMT, E. Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, n. 3, p. 293-319, March, 2006.

DAZA, G.; GARZA, B. Actitudes hacia el Cálculo Diferencial e Integral: Caracterización de Estudiantes Mexicanos del Nivel Medio Superior. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 32, n. 60, p. 279 - 302, abr. 2018

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, n. 18, p. 107-115, junho 2005

FIORENTINI, D. Erros e acertos no ensino-aprendizagem da matemática: problematizando uma tradição cultural. In: I Jornada Nacional de Educação Matemática e XIV Jornada Regional de Educação Matemática, Passo Fundo – RS. **Anais eletrônicos**. Passo Fundo: universidade de passo Fundo, 2006. Disponível em:https://www.upf.br/jem/edicoes-anteriores/edicao-2006/anais/mesa-redonda. Acesso em: 30 maio 2020.

SILVA, D. J. Ressignificação do lugar da disciplina cálculo na licenciatura para favorecer a formação do professor. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos**, Cuiabá: SBEM, 2019. Disponível em:https://sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/3602/371. Acesso em: 30 maio 2020.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V.; Interlocuções com Marilyn Cochran-Smith sobre aprendizagem e pesquisa do professor em comunidades investigativas. **Revista Brasileira de Educação**, v. 21, n. 65, abr.-jun. 2016

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, n. 7, de julho-agosto de 1990.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A**: funções, limite, derivadas, integral. 5. ed. São Paulo: Pearson Makron, 1992.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Saberes Necessários à Prática Educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GIRALDO, V. Formação de professores de Matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**, v.70, n. 01, pp. 37-42, jan./mar. 2018.

GIRALDO, V. Que matemática para a formação de professores? Por uma matemática problematizada. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos**, Cuiabá: SBEM, 2019. Disponível em: https://sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/3640/574. Acesso em: 30 maio 2020.

GIRALDO, V. et al. Laboratório de práticas matemáticas para o ensino. In: OLIVEIRA, A.M.P.; ORTIGÃO, M. I. R. (eds), **Abordagens Teórico-metodológicos na pesquisa em Educação Matemática**. Brasília: SBEM, 2018. p. 186-209.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos computacionais no ensino de matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

GIRALDO, V.; RANGEL, L.; MENEZES, F.; QUINTANEIRO, W. (Re)Construindo saberes para o ensino a partir da prática: investigação de conceito e outras ideias.VI SHIAM Campinas – SP, 17 a 19 de julho de 2017, pp. 1-18

GIRALDO, V.; ROQUE, T. Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re)Invenção. **Perspectiva da Educação Matemática** – INMA/UFMS – V. 14, n.35, 2021.

GIRALDO, V.; ROQUE, T. História e Tecnologia na construção de um ambiente problemático para o ensino de matemática. In: ROQUE, T.M; GIRALDO, V.A. (orgs.) **O saber do professor de Matemática:** Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014, pp.08-27.

GRANDO, N. I. MARASINI, S. M. **Educação Matemática**: A sala de aula como espaço de pesquisa. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2008.

HENRIQUES, A. **Saberes universitários e as suas relações na educação básica**: uma análise institucional em torno do cálculo diferencial e integral e das geometrias. Ibicaraí: Via Litterarum, 2019.

KOEHLER, M. J.; MISHRA, P. What is technological pedagogical contente knowledge? **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 9(1), p.60-70, 2009.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciências Moderna Ltda, 2009.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge.**Teachers College Record**, Volume 108, Number 6, June 2006, pp. 1017–1054

MOREIRA, P. C. 3+1 e suas (in)variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática). **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p. 1137-1150, dez. 2012.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. O lugar da Matemática na licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n.47, p. 981 – 1005, 2013.

MUENCHEN, C.; DELIZOICOV, D. Concepções sobre problematização na educação em ciências. In: CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS, 9, 2013. Girona- Espanha **Anais eletrônicos**, Girona, septiembre de 2013. p. 2447-2451. Disponível em:file:///C:/Users/danie/AppData/Local/Packages/Microsoft.MicrosoftEdge_8wekyb3d8bbwe/TempState/Downloads/307891-Texto%20del%20artÃ-culo-433993-1-10-20160425%20(1).pdf. Acesso em:30 maio 2020.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, SBEM, V.9, n. 1, p.1-6, 2005.

NÓVOA, A. S. **O passado e o presente dos professores**. In: NÓVOA, A. Profissão Professor. Portugal: Porto, 1995, 13-34.

NÓVOA, A. Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v. 44, n. 3, pp. 1-15, 2019.

NÓVOA, António. Para um estudo sócio-histórico da gênese e do desenvolvimento da profissão docente. **Teoria e Educação**, Porto Alegre, Pannonica, n. 4, p. 109-139, 1991.

NUNES, J. M. V.; AG ALMOULOUD, S.; GUERRA, R.B. O contexto da História da Matemática como organizador prévio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.23, nº.35B, p.537 a 651, abril, 2010.

OLIVEIRA, A.T.C.C., FIORENTINI, D.O papel e o lugar da didática específica na formação inicial do professor de matemática. **Revista Brasileira de Educação**, v. 23, pp. 1-17, 2018.

OLIVEIRA, Z. V.; KIKUCHI, L. M. O laboratório de matemática como espaço de formação de professores. **Caderno de pesquisa**, v.48, n.169, p. 802 - 829, julho/setembro, 2018.

PRODANOV, C.C.; FREITAS, E.C. **Metodologia do Trabalho Científico [recurso eletrônico]**: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2.ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RANGEL, L.; GIRALDO, V.; MACULAN FILHO, N. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática.** V.8, 2015, pp. 42-70.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V. Livro do professor de Matemática na Educação básica. Volume II: **Números Inteiros**. Rio de janeiro: SBM, 2016.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V. Livro do professor de Matemática na Educação básica. Volume I: **Números naturais**. Rio de janeiro: SBM, 2015.

ROMANOWSKI, J. P. **Formação e profissionalização docente**. Curitiba: Ibpex, 2007.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T.M; GIRALDO, V.A. História e Tecnologia na construção de um ambiente problemático para o ensino de matemática. In: ROQUE, T.M; GIRALDO, V.A. (orgs.) **O saber do professor de Matemática:** Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014, pp. 08-27.

RUAS, P. A. A. R. Interdisciplinaridade, Problematização e Contextualização: a perspectiva de um grupo de professores em um curso de formação. Tese (doutorado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, p.235. 2017.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, v. 19, n. 1, pp. 89-111, 2013

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v.3, n.1, pp. 3-19, 2016

SAITO, F. A pesquisa histórica e filosófica na Educação Matemática**. Revista Eventos Pedagógicos**. Edição Especial temático: História, filosofia e Educação Matemática. Sinop, v.9, n.2 (24 ed.), p.614-618. Ago./Out. 2018

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher,** v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and Teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n.1, pp. 1-22, 1987.

SILVA, D. J. Estratégia e ação: ressignificando o ensino de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais eletrônicos**, Salvador: SBEM, 2010. Disponível em: https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/artigos/RE/T4_RE254.pdf . Acesso em: 08 junho 2020.

SILVA, D. J. Contextualização e ludicidade: novas diretrizes para o ensino de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais eletrônicos**, Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: https://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1914_500_ID.pdf . Acesso em: 08 junho 2020.

SILVA, D. J. Ressignificação do lugar da disciplina cálculo na licenciatura para favorecer a formação do professor. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos**, Cuiabá: SBEM, 2019. Disponível em:https://sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/3602/371. Acesso em: 30 maio 2020.

SILVA, M.D.F. **Problemas e modelos que contribuíram para o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral:** dos gregos a Newton. 2010. 239f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, PPGE/UFRN, 2010.

SILVA, C. S.; PENIDO, M. C. M. Uma leitura sobre problematizações no ensino de ciências. In: Encontro Nacional de pesquisa em Educação em Ciência, 8. Congreso Internacional de Investigaciónen Enseñanza de las Ciencias, 1. Campinas - SP. **Anais eletrônicos**, Campinas: ABRAPEC, 2011. Disponível em: www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiienpec/resumos/R1531-1.pdf. Acesso em: 30 maio 2020.

SOLINO, A. P.; GEHLEN, S. T. O papel da problematização freireana em aulas de ciências/física: articulações entre a abordagem temática freireana e o ensino de ciências por investigação. **Ciênc. Educ**., Bauru, v. 21, n. 4, p. 911-930, 2015.

SZENDREI, Julianna. Concrete Materials in the Classroom. A.J. Bishop et al. (eds.). **International Handbook of Mathematics Education**, Kluwer Academic Publishers, 1996, pp. 411 – 434.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, n. 13, pp. 5-24, 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 1. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

TARDIF, M. Princípios para guiar a aplicação dos programas de formação inicial para o Ensino. Trajetórias e processos de ensinar e aprender: didática e formação de professores - XIV ENDIPE, pp. 17-46, 2008

TARDIF, M; LESSARD, C. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008

TARDIF, M. A profissionalização do ensino passados 30 anos: dois passos para frente três passos para trás. **Educação e Sociedade**, Campinas, v.34, n.123, pp.551-571, abr-jun, 2013.

VERASZTO, E. V.; SILVA, D.; MIRANDA, N. A.; SIMON, F. O. Tecnologia: buscando uma definição para o conceito. **Prisma.com**, n.8, pp.19-46, 2009.

YIN, Robert K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ANEXOS

ANEXO A

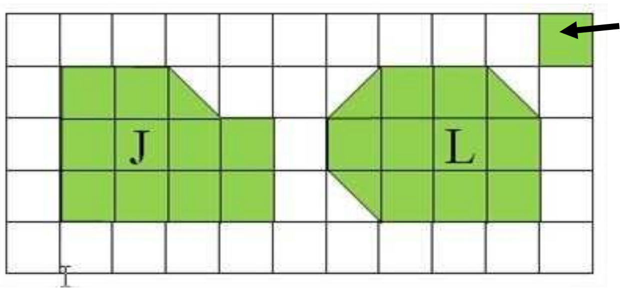
UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – UNEB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS HUMANAS – CAMPUS VI
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
COMPONENTE CURRICULAR: CÁLCULO II
DOCENTE: DANIEL DE JESUS SILVA.
DISCENTE:_______________________________________
DATA:______/_______/_______

Ponderações Históricas sobre a Sistematização e Formalização do Cálculo de Áreas

A ideia da área está relacionada à medida de uma superfície. A medida de área de uma região plana ou superfície pode ser obtida relacionando quantas unidades de áreas correspondem a ela. Assim, o valor numérico da medida de área de uma região plana depende da unidade escolhida e é determinado pela comparação da região com essa unidade. As unidades padronizadas mais utilizadas (pelo menos nos países de idiomas latinos) são aquelas do chamado sistema métrico decimal, isto é, o metro, seus múltiplos e submúltiplos. Entretanto, qualquer região plana fixada (em geral representada como um quadrado) pode ser usada como medida de área.

Práticas matemáticas de medição de áreas, empregadas em agrimensura ou em obras arquitetônicas e de engenharia, são identificadas em diversos povos na antiguidade, desde pelo menos dois mil anos antes da era comum. A origem da palavra Geometria vem do grego e significa “medir terras” (geo-terra/ métron-medir). Para compreendermos a ideia de área, vamos observar as figuras *J* e *L*, representadas a seguir.

unidade de



área

Fonte: Souza, J.R. Novo olhar: matemática. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013 (p. 84).

Observando essas figuras, podemos notar que é necessária a mesma quantidade de unidade de áreas para cobrir cada uma delas. Por isso, dizemos que elas têm a mesma área, (embora tenham formas diferentes). Notamos também que a unidade de área não cabe um número inteiro de vezes em *J* e em *L*. Precisamos subdividi-la para obter esse recobrimento. Por isso, a medida de área de cada uma das figuras em relação a essa unidade é um número não inteiro, no caso 10,5*u.a.*, Isto é:

$$\text{área de } J = \text{área de } L = 10{,}5\,u.a.$$

Práticas de medição de áreas já têm sido utilizadas por diversos povos há muito e muito tempo. A civilização grega foi possivelmente a primeira a empregar conhecimentos geométricos não apenas em problemas práticos, mas também as sistematizá-los em uma teoria. Assim, a partir dos gregos que a validade dos conhecimentos desse ramo da matemática começou a ser estabelecida por meio de padrões formais lógico-dedutivos – que constituem, essencialmente, a base dos padrões da matemática formal considerados hoje. Mas será que os gregos chegariam a tais resultados se não fossem as contribuições de outros povos antigos (anteriores e contemporâneos a eles)? Essa pergunta nos faz retroceder no tempo para investigar as contribuições da geometria das primeiras civilizações empregadas para calcular áreas de regiões tanto poligonais (isto é, limitadas por segmentos de retas) como não poligonais.

As Antigas Civilizações

Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiam da Idade da Pedra[21]. As primeiras civilizações surgiram próximas a regiões dos vales de rios. Dentre essas, citamos: o Egito, na região do Rio Nilo; os povos da Mesopotâmia, região delimitada entre rios Tigre e Eufrates (que corresponde ao atual Iraque), como os Sumérios, os Acadianos e os Babilônios; a China, na região do Rio Amarelo; e a Índia, na região do Rio Indo. Esses povos criaram os primeiros registros escritos e numéricos conhecidos, trabalharam metais, construíram cidades, desenvolveram empiricamente práticas matemáticas empregadas em agrimensura, engenharia e comércio, além de terem classes de pessoas que se detinham em refletir sobre os “enigmas da natureza”. Necessidades inerentes a atividades agrícolas, como sistemas de irrigação; ao desenvolvimento de recursos tecnológicos para obras de engenharia, como construção de canais

[21] A Idade da Pedra é o período da Pré-história durante o qual os seres humanos criaram ferramentas de pedra, sendo então, a tecnologia mais avançada naquela época. A madeira, os ossos e outros materiais também foram utilizados (cornos, cestos, cordas, couro...), mas a pedra foi utilizada para fabricar ferramentas e armas, de corte ou percussão.

e de reservatórios; à astronomia, como criação de calendários e previsão de estações; administração de finanças; arrecadação de taxas; sistemas de pesos e medidas; armazenamento e distribuição de alimentos, dentre outras, engendraram a criação dessas práticas matemáticas.

Muitos dos registros envolvendo práticas matemáticas podem ser encontrados pelos povos mesopotâmios em tábulas de argila; e pelos egípcios em papiros, que felizmente tiveram existência duradoura em virtude do clima seco da região. Há muito menos fontes preservadas sobre as práticas matemáticas da China e da Índia na mesma época, uma vez que esses povos faziam seus registros em materiais mais perecíveis.

Veremos a seguir, um pouco da História da Matemática no Egito que contribuiu para a formalização e sistematização da geometria que atualmente estudamos em salas de aulas.

Antigo Egito

A região habitada pelos povos do Egito antigo, que corresponde ao Egito moderno, está situada no nordeste da África, entre os desertos do Saara e da Núbia, e é cortado pelo rio Nilo. Sua civilização tinha como forma de escrita o sistema hieroglífico (sinais pictográficos que representavam objetos). Esse sistema foi desenvolvido pelos escribas e registrado em papiros que datam aproximadamente do século XVIII antes da era comum.

Mas o que significa falar de práticas geométricas no Egito Antigo? De forma semelhante aos babilônios, significa falar de procedimentos de cálculo de áreas e de volumes, ou seja, tratavam-se essencialmente problemas métricos, para cálculos de comprimentos, áreas e volumes. Para isso, também eram utilizadas algumas propriedades de figuras planas e de sólidos, sem que fossem explicitados métodos sistemáticos. Os indivíduos responsáveis por fazer medições de terras eram conhecidos como “esticadores de corda” devido ao método utilizado para essa prática.

Uma fonte importante para conhecer as práticas matemáticas egípcias é o papiro Ahmes, datado de aproximadamente de 1650 antes da era comum. Com cerca de 549 cm de comprimento por 33 cm de altura, esse papiro consiste de um texto matemático na forma de manual prático com 85 problemas copiados em escrita hierática de um trabalho antigo pelo escrita Ahmes.

Por exemplo, no Egito, na época das cheias, quando as águas do rio Nilo começam a subir, era inundada uma região ao longo de suas margens. Após as águas baixarem, as margens ficavam cobertas por um solo rico em nutrientes, que o tornava mais fértil para o cultivo. No entanto, ao baixarem as águas, as demarcações que delimitavam as propriedades eram desfeitas, sendo necessária a realização de novas medições. Essas medições eram realizadas pelos antigos agrimensores egípcios, que utilizavam cordas com nós equidistantes (segundo as limitações de precisão possibilidades pelas tecnologias à época), cuja distância indicava uma unidade de comprimento.

ANEXO B

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – UNEB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS HUMANAS – CAMPUS VI
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
COMPONENTE CURRICULAR: CÁLCULO II
DOCENTE: DANIEL DE JESUS SILVA.
DISCENTE:____
DATA:______/_______/_______

Extraído de: Giraldo, V.; Caetano, P.; Mattos, F. Recursos Computacionais no Ensino de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012, p. 2-3, 26.

O uso de tecnologia no ensino de matemática

A entrada das tecnologias digitais na sala de aula de matemática, sobretudo nas últimas duas décadas, foi acompanhada de um intenso debate sobre seus efeitos na aprendizagem. Inicialmente, este debate, que não se restringiu ao Brasil e se espalhou por todos os países em que recursos computacionais foram sistematicamente introduzidos na escola, concentrou-se na tentativa de responder à questão se tais efeitos seriam "benéficos" ou "maléficos". Por exemplo, especificamente sobre o uso de calculadoras no ensino de matemática, o pesquisador inglês David Tall já observava há 10 anos:

> O uso de calculadoras e computadores em Matemática nem sempre tem sido tão bem sucedido quanto poderia ser. Na Inglaterra, o uso de calculadoras com crianças tem sido desencorajado na esperança de que sua ausência permitiria que as crianças construíssem relações aritméticas mentais. Talvez esta atitude tenha mais a ver com o mal uso da calculadora (para efetuar cálculos sem ter que pensar) do que com qualquer falha inerente ao próprio aparato. Bem usada – para encorajar reflexão sobre ideias matemáticas – a calculadora pode ser muito benéfica. (Tall[22], 2001, p. 212)[tradução nossa]

Neste sentido, temores iniciais de que o uso de calculadoras na sala de aula, por si só, atrofiaria as habilidades aritméticas dos alunos eram, de certa forma, mal colocados. Os efeitos da ferramenta na aprendizagem estão muito mais relacionados com a forma como ela é usada do que com suas características intrínsecas. De fato, esta constatação aplica-se a qualquer tecnologia usada no ensino, seja esta de natureza computacional ou não. Hoje, as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes em praticamente todos os setores da atividade humana,

[22] Tall, D. Cognitive development in advanced mathematics using technology'. Mathematics Education Research Journal, n. 12 (3), p. 196-218.

portanto não faria sentido bani-las da sala de aula – sob pena de tornar a escola tão anacrônica em relação à vida exterior a seus muros a ponto de ter um efeito inócuo na formação dos alunos. Paralelamente a isso, a reflexão sobre os usos pedagógicos dessas tecnologias vem amadurecendo. Assim, o foco do debate deslocou-se da questão de se as tecnologias digitais têm efeitos benéficos para a aprendizagem, para a questão de como usá-las de forma que seus efeitos sejam benéficos para a aprendizagem.

As calculadoras são certamente as tecnologias digitais mais simples, baratas e de mais fácil uso. Mesmo as calculadoras com menos recursos matemáticos podem ser usadas de forma a enriquecer significativamente a abordagem. Seu uso como instrumento didático oferece ao contexto de sala de aula, em situações específicas, uma metodologia de ensino que permite ao professor dinamizar de modo simples as aulas teóricas tratadas geralmente com metodologias tradicionais.

Planilhas Eletrônicas

Os recursos disponíveis nas planilhas eletrônicas possibilitam diversas aplicações no ensino de matemática. Dentre esses recursos, destacam-se:

- manipulação e operações com grandes quantidades de dados numéricos;
- articulação entre diversas formas de representação;
- ferramentas lógicas;
- ferramentas estatísticas.

(...) Quando os alunos no ensino básico têm os primeiros contatos com a simbologia algébrica, não são incomuns as dificuldades com os diferentes significados dos símbolos (variáveis, incógnitas, constantes, parâmetros) e com as regras sintáticas a que estão sujeitos esses símbolos. As planilhas eletrônicas possuem um sistema simbólico próprio. A própria experiência concreta de codificação e manipulação da simbologia nesse sistema, especialmente a verificação de erros de codificação indicados pelo software, pode ajudar os alunos a entenderem os significados e regras sintáticas dos símbolos. No ensino de funções, as planilhas eletrônicas possibilitam a articulação de diversas formas de representação, que podem ser construídas concretamente no software pelo próprio aluno, em cada situação. Essas representações podem também ser utilizadas para a resolução numérica de equações, ou mesmo de sistemas de equações, especialmente em situações que envolvam modelos aproximados, permitindo a procura de soluções aproximadas em um determinado intervalo.

Na abordagem de tratamento da informação e Matemática Financeira, as planilhas podem ser empregadas com dados extraídos de situações concretas, que podem ser coletados pelos próprios alunos. As ferramentas estatísticas e gráficas disponíveis nas planilhas eletrônicas possibilitam a representação desses dados de diferentes formas numéricas e gráficas, e a análise, comparação e interpretação dessas representações, visando à formulação de conclusões e hipóteses.

ANEXO C

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – UNEB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS HUMANAS – CAMPUS VI
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
COMPONENTE CURRICULAR: CÁLCULO II
DOCENTE: DANIEL DE JESUS SILVA.
DISCENTE:_______________________________________
AVALIAÇÃO I DATA:______/_______/_______ NOTA:________

1) (a) Determine a área limitada entre as curvas $y = x^3$ e $y = 3x$.

(b) Determine $\int_{-1}^{3} f(x)dx$, em que $f(x) = \begin{cases} 1 - x & se\ x < 2 \\ 4x - x^2 & se\ x \geq 2 \end{cases}$.

2) Em cada um dos itens a seguir, elabore um enunciado para uma questão cuja resposta seja a expressão dada. Discuta as diferenças entre essas questões.

(a) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x\, dx = 0$ (b) $\int_{-\pi}^{\pi} |\cos x| dx = 4$

3) Considere o teorema do valor médio para integrais, cujo enunciado é o seguinte:

Seja $f: [a, b] \to \mathbb{R}$ *uma função continua. Então, existe um número* $c \in\ ]a, b[$ *tal que:*

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b - a)$$

Neste caso, o número $f(c)$ *é chamado valor médio de* f *em* $[a, b]$.

O objetivo desta questão não é dar uma demonstração para o teorema, e sim explorar significados de seu enunciado.

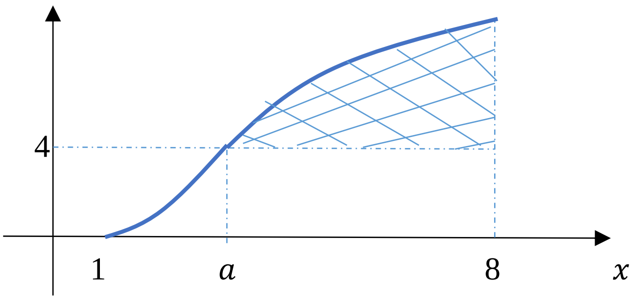
(a) Faça um desenho interpretando geometricamente o teorema. Por que você considera que $f(c)$ é chamado valor médio de f *em* $[a, b]$?

(b) Considere a curva $y = f(x)$, cujo gráfico é dado abaixo, em que: $f(a) = 4$ é o valor médio de f *em* $[1, 8]$;o valor numérico da área hachurada é 12 unidades; e $\int_1^a f(x)dx = 3$. Determine:

(i) $\int_a^8 f(x)dx$ (ii) o valor de a.

y

$f(x)$



4) Em uma prova de Cálculo, o professor propôs a seguinte questão:

Calcule $\int sec^2x \; tg\; x \; dx$.

Observe as resoluções de três alunxs.

Alunx A: $u = tgx, \; du = \; sec^2x \; dx.$ Temos: $$\int sec^2x \; tg\; x \; dx = \int u \; du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{tg^2x}{2} + c$$

Alunx B: $u = \sec x\,, \; du = \sec x \; tg\; x \; dx.$ Temos: $$\int sec^2x \; tg\; x \; dx = \int u \; du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{sec^2x}{2} + c$$

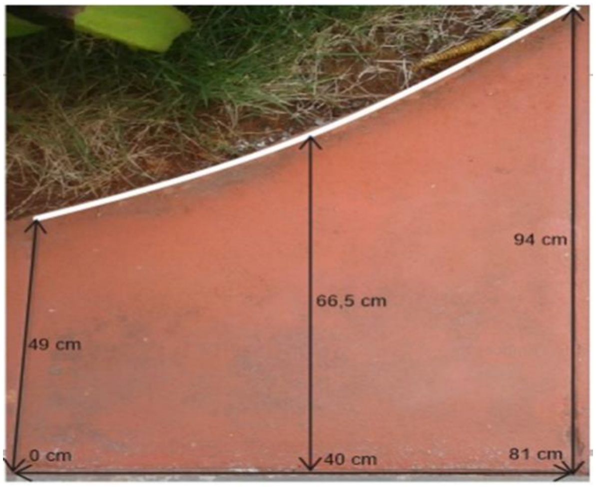
Alunx C: $u = tgx, \; du = sec^2x \; dx \; dv = sec^2xdx, \; v = tgx$, Temos: $$\int sec^2x \; tg\; x \; dx = tg^2x - \int sec^2x \; tg\; x \; dx$$ $$2\int sec^2x \; tg\; x \; dx = tg^2x + c$$ $$\int sec^2x \; tg\; x \; dx = \frac{tg^2x + c}{2}$$

(a) Compare as respostas finais dos três alunxs e descreva os métodos usados por cada um delxs.

(b) Como você avaliaria as soluções e que retorno você daria para cada um dxs três alunxs?

5) Sabemos que existem relações entre regras de derivação e os chamados métodos de integração, isto é, métodos para determinar famílias de primitivas de uma função dada. Descreva os principais métodos de integração e como estes estão relacionados com regras de derivação.

6) (**Questão de uma das equipes**) Ana, apaixonada por seu jardim, resolveu deixa-lo mais bonito. A intenção dela era decorar uma parte com ladrilhos coloridos. Ana escolheu um local próximo a uma grama com plantas verdes. Para saber a quantidade de ladrilhos, ela precisava encontrar a valor da área total a ser revestido. Para isso, Ana tomou algumas medidas do local. As medidas encontradas por ela, que estão descritas na imagem do local, abaixo foram:

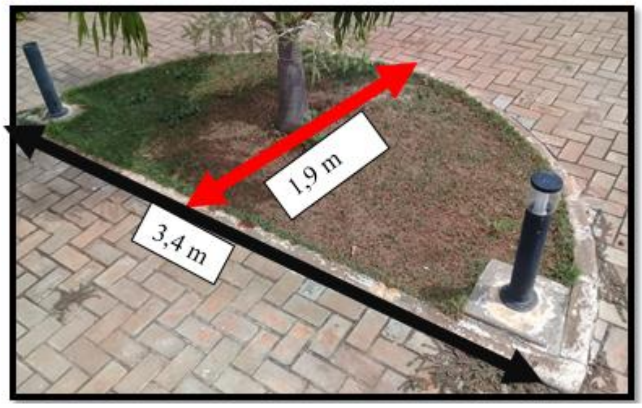


Agora, com as medidas e observando o formato da figura, ajude Ana a encontrar o valor da área compreendida entre a seta que mede 49 cm e a seta que mede 94 cm, seguindo os passos abaixo:

1º passo: Encontrar a equação analítica da curva que separa a parte da grama da parte estucada.

2ª passo: Para encontrar a área total do revestimento, calcule a integral definida utilizando a equação do primeiro passo.

7) (**Questão de uma das equipes**) Devido ao grande aumento de alunos na universidade, o diretor resolveu ampliar o espaço que dá acesso a cantina, então contratou um pedreiro para realizar a seguinte reforma: retirar toda a grama do local (conforme indicado na figura abaixo) e completar essa área com bloquetes. Sabendo-se que a direção deseja evitar gastos desnecessários e desperdício de materiais, baseando-se nas medidas indicadas na imagem abaixo, ache um modelo matemático (função) que representa a curva arqueada na figura e em seguida calcule a área total que o pedreiro deverá preencher com os bloquetes. (3,4 m é a medida entre as extremidades da base da figura e 1,9 m é a medida máxima de uma reta que passa no ponto médio da base formando um ângulo reto)



8) Descreva sucintamente uma abordagem que você usaria para trabalhar o conceito de área na educação básica.